

Metodi numerici della teoria dell'approssimazione

Docente: Luisa Fermo

Tipologia: Triennale/Magistrale. Il corso si articola in due moduli. Il primo è rivolto agli studenti della laurea triennale e magistrale, il secondo ai soli studenti della laurea magistrale. I due moduli possono essere seguiti in due anni diversi o nello stesso anno.

CFU = 3+3

Prerequisiti

Modulo I: Analisi Matematica 1 e 2, Geometria 1 e 2

Modulo II: Modulo I del corso, Analisi Superiore 1

Per entrambi i moduli è richiesta una conoscenza di base della Programmazione Matlab

Obiettivi formativi

Far acquisire una conoscenza operativa:

1. dei risultati della teoria dell'approssimazione e della teoria degli operatori lineari basilari per l'integrazione numerica e la risoluzione delle equazioni integrali;
2. delle metodologie nel calcolo numerico degli integrali e nella risoluzione numerica delle equazioni integrali

A conclusione del MODULO I gli studenti dovranno saper:

1. stabilire l'ordine di approssimazione di una funzione, con prefissata regolarità, mediante polinomi (algebrici e trigonometrici);
2. scegliere la formula di integrazione più adatta per approssimare un integrale sulla base della regolarità della funzione integranda e del suo dominio di integrazione.

A conclusione del MODULO II gli studenti dovranno saper:

1. applicare metodi numerici per risolvere le equazioni integrali di Fredholm di seconda specie, discutendone stabilità e convergenza;
2. implementare i relativi algoritmi (integrazione numerica e risoluzione di equazioni integrali) e essere in grado di valutare la compatibilità dei risultati numerici con le stime teoriche.

Programma

Per ciascun modulo, verranno dedicate 3 ore all'introduzione e 15 ore ad incontri periodici in cui verranno discussi gli argomenti del corso ed effettuate attività di laboratorio.

Modulo I

1. Teoria dell'approssimazione. Approssimazione di funzioni mediante polinomi algebrici e trigonometrici. Interpolazione di tipo Lagrangiano. Valutazione degli errori di approssimazione puntuale e in norma. Interpolazione polinomiale a tratti (funzioni spline). Stima dell'errore.
2. Integrazione numerica. Formule di quadratura interpolatorie, Formule di Newton-Cotes. Polinomi ortogonali e integrazione di tipo Gaussiano. Formule prodotto. Stime degli errori di integrazione. Estensione al caso bidimensionale.

Modulo II

1. Approssimazione di operatori integrali. Operatori integrali. Teorema delle serie geometriche. Operatori compatti. Teoria di Riesz-Fredholm. Approssimazione, puntuale e in norma, di operatori integrali.

2. Approssimazione numerica di equazioni integrali. Classificazione delle equazioni integrali. Equazioni integrali di Fredholm di seconda specie. Metodo di Nystrom. Metodi di proiezione (metodo di collocazione e metodo di Galerkin)

Gli studenti interessati al reading course sono pregati di contattare il docente all'inizio dell'anno accademico all'indirizzo di posta elettronica fermo@unica.it, per consentire al docente di programmare con sufficiente anticipo le attività. Maggiori informazioni verranno resi disponibili sulla pagina web del docente <https://bugs.unica.it/~luisa/>

Testi di Riferimento

1. Luisa Fermo, Applicable Approximation Theory (dispense)
2. Giuseppe Rodriguez, Algoritmi numerici, Pitagora Editrice Bologna
3. Giovanni Monegato, Metodi e algoritmi per il calcolo numerico, CLUT
4. Rainer Kress, Linear integral equations, Springer
5. Kendall E. Atkinson, The numerical solution of integral equations of the second kind, Cambridge University Press

Modalità di verifica

La verifica dell'apprendimento avviene attraverso la preparazione di una tesina scritta che dovrà essere consegnata al docente e discussa durante una prova orale a cui seguiranno ulteriori domande da parte del docente.