

Tutorato di CSMN AA 2018/2019

Esercitazione del 05/12/2018

1. *Esercizio 3, prova scritta di CSMN del 19/06/2018*

Si determini l'intervallo $[k, k + 1]$, con $k \in \mathbb{Z}$, che contiene la radice dell'equazione

$$\sin(2x) - x^3 + 4 = 0.$$

Calcolare le prime tre iterazioni del metodo di Newton, a partire dall'estremo destro dell'intervallo determinato.

SOLUZIONE.

L'intervallo $[k, k + 1]$, con $k \in \mathbb{Z}$, contenente la radice dell'equazione data e determinato tramite il metodo grafico ad esempio, è $[1, 2]$. Le tre iterazioni del metodo di Newton a partire dal punto $x_0 = 2$ sono $x_1 = 1,6425$, $x_2 = 1,5855$ e $x_3 = 1,5839$ che risulta essere l'approssimazione della radice dopo le tre iterazioni richieste.

2. *Esercizio 3, prova scritta di CSMN del 15/02/2018*

Determinare l'intervallo $[k, k + 1]$, con $k \in \mathbb{Z}$, che contiene la radice positiva dell'equazione

$$\frac{1}{2x} - 2x + 2 = 0.$$

Si indichi l'approssimazione che si ottiene applicando due iterazioni del metodo di bisezione partendo dall'intervallo determinato. Si indichi l'approssimazione della radice che si ottiene applicando due iterazioni del metodo di Newton partendo dall'estremo destro dell'intervallo determinato.

SOLUZIONE

L'intervallo $[k, k + 1]$, determinato tramite il metodo grafico è $[1, 2]$. L'approssimazione della radice dopo due iterazioni del metodo di bisezione partendo dall'intervallo $[1, 2]$ trovato è $x_2 = 1,25$, mentre quella trovata dopo due iterazioni del metodo di Newton è $x_2 \simeq 1,2$.

3. Determinare, col metodo grafico, l'intervallo della forma $[k, k + 1]$ ($k \in \mathbb{Z}$) che contiene la radice dell'equazione

$$xe^x - 1 = 0.$$

Indicare le approssimazioni della soluzione che si ottengono applicando tre iterazioni del metodo di bisezione partendo dall'intervallo determinato e tre iterazioni del metodo di Newton partendo dall'estremo destro dell'intervallo trovato. Dire qual è l'ordine di convergenza dei due metodi.

SOLUZIONE.

L'intervallo contenente la soluzione dell'equazione non lineare data è $[0, 1]$. L'approssimazione della radice dopo tre iterazioni del metodo di bisezione è $x_3 = 0.625$ mentre quella ottenuta dopo tre passi del metodo di Newton è $x_3 = 0.5672$. L'ordine di convergenza del metodo di bisezione è sempre 1 mentre Newton ha ordine di convergenza $p = 2$ essendo la radice semplice (infatti la derivata prima $f'(x) = e^x(1+x)$ non si annulla mai nell'intervallo $[0, 1]$ in cui sappiamo che si trova la radice).

4. Determinare l'approssimazione della radice positiva dell'equazione

$$x^2 - \ln(x) - 2 = 0$$

ottenuta applicando due iterazioni del metodo di bisezione.

SOLUZIONE.

La radice positiva dell'equazione data si trova nell'intervallo $[1, 2]$.

L'approssimazione ottenuta dopo due iterazioni del metodo di bisezione è $x_2 = 1.75$.