Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Parziale 2, 09.01.2008, **VERSIONE A**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	parz.2	parz.1	media	amm.
3	5	5	5	5	4	3	30	30	30	S/N

1. Applicare la formula di Taylor (fino al secondo ordine, intorno al punto $x_0 = 1$) della funzione $f(x) = \text{arcsen}(2x-1)$.

2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:
$$i)\ \int \frac{3}{\sqrt[5]{3+2x}}\,dx; \quad ii)\ \int \cos(8x+1)\,dx; \quad iii)\ \int \frac{5x+4}{x^2-8x+12}\,dx.$$

3. Sia $f : [1,5] \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Disegnare in modo schematico le somme di Riemann superiori e inferiori per la suddivisione dell'intervallo $[1,5]$ in 10 sottointervalli della stessa lunghezza. Inoltre, enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

4. Calcolare (mediante l'integrazione per parti o per sostituzione) i seguenti integrali:
$$i)\ \int_0^{\ln(5)} x\,e^{-2x}\,dx; \quad ii)\ \int_1^4 x^2\,\ln(x)\,dx; \quad iii)\ \int_0^{2\pi/3} \frac{1}{1+\cos(x)}\,dx.$$

5. Disegnare il seguente insieme Ω e calcolarne l'area:

   a) $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \le x \le 5,\ 0 \le y \le \dfrac{2x}{x^2+9}\right\}.$

   b) $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -\ln(3) \le x \le 0,\ 0 \le y \le e^{-4x}\}.$

   c*) Il dominio Ω rinchiuso dell'iperbole $y = 3/x$ e la retta $x + y = 4$.

6. Determinare se sono convergenti i seguenti integrali generalizzati e, nel caso di convergenza, calcolarli:

$$i) \quad \int_2^3 \frac{1}{\sqrt[3]{2x-4}}\, dx; \qquad ii) \quad \int_1^\infty (2x+1)e^{-3x}\, dx.$$

7.* Definire l'integrale generalizzato del tipo $\int_2^\infty f(x)\, dx$, dove la funzione $f : [2,\infty) \to \mathbb{R}$ è continua. Enunciare almeno un criterio sufficiente per la sua convergenza (o divergenza). Inoltre, determinare (tramite un tale criterio) se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti:

$$i) \quad \int_2^\infty \frac{\operatorname{sen}^2(x^{2008})}{\sqrt{1+x^4}}\, dx; \qquad ii) \quad \int_2^\infty \frac{\operatorname{arctg}(x)}{4+x}\, dx.$$

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Parziale 2, 09.01.2008, **VERSIONE B**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	parz.2	parz.1	media	amm.
3	5	5	5	5	4	3	30	30	30	S/N

1. Applicare la formula di Taylor (fino al secondo ordine, intorno al punto $x_0 = 1$) della funzione $f(x) = \operatorname{arctg}(2x-1)$.

2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:
$$i)\ \int \frac{4}{\sqrt[3]{5+2x}}\,dx; \quad ii)\ \int \operatorname{sen}(7x+2)\,dx; \quad iii)\ \int \frac{2x+7}{x^2-9x+18}\,dx.$$

3. Sia $f : [1,6] \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Disegnare in modo schematico le somme di Riemann superiori e inferiori per la suddivisione dell'intervallo $[1,6]$ in 10 sottointervalli della stessa lunghezza. Inoltre, enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

4. Calcolare (mediante l'integrazione per parti o per sostituzione) i seguenti integrali:
$$i)\ \int_0^{\ln(6)} x\,e^{-3x}\,dx; \quad ii)\ \int_1^5 x^2\,\ln(x)\,dx; \quad iii)\ \int_0^{2\pi/3} \frac{1}{1+\operatorname{sen}(x)}\,dx.$$

5. Disegnare il seguente insieme Ω e calcolarne l'area:

   a) $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \le x \le 5,\ 0 \le y \le \dfrac{2x}{x^2+25}\right\}$.

   b) $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -\ln(5) \le x \le 0,\ 0 \le y \le e^{-3x}\}$.

   c*) Il dominio Ω rinchiuso dell'iperbole $y = 5/x$ e la retta $x + y = 6$.

6. Determinare se sono convergenti i seguenti integrali generalizzati e, nel caso di convergenza, calcolarli:

$$i) \quad \int_2^3 \frac{1}{\sqrt[4]{2x-4}}\,dx; \qquad ii) \quad \int_1^{\infty} (5x+1)e^{-2x}\,dx.$$

7.* Definire l'integrale generalizzato del tipo $\int_2^{\infty} f(x)\,dx$, dove la funzione $f : [2,\infty) \to \mathbb{R}$ è continua. Enunciare almeno un criterio sufficiente per la sua convergenza (o divergenza). Inoltre, determinare (tramite un tale criterio) se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti:

$$i) \quad \int_2^{\infty} \frac{\cos^2(x^{2008})}{\sqrt{1+x^4}}\,dx; \qquad ii) \quad \int_2^{\infty} \frac{\mathrm{arctg}(2x)}{1+x}\,dx.$$

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Parziale 2, 09.01.2008, **VERSIONE C**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	parz.2	parz.1	media	amm.
3	5	5	5	5	4	3	30	30	30	S/N

1. Applicare la formula di Taylor (fino al secondo ordine, intorno al punto $x_0 = 1$) della funzione $f(x) = \arccos(2x-1)$.

2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$i) \int \frac{3}{\sqrt[7]{3+4x}}\,dx; \quad ii) \int \mathrm{sen}(5x-3)\,dx; \quad iii) \int \frac{12x+7}{x^2-7x+10}\,dx.$$

3. Sia $f : [2,4] \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Disegnare in modo schematico le somme di Riemann superiori e inferiori per la suddivisione dell'intervallo $[2,4]$ in 10 sottointervalli della stessa lunghezza. Inoltre, enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

4. Calcolare (mediante l'integrazione per parti o per sostituzione) i seguenti integrali:

$$i) \int_0^{\ln(7)} x\,e^{-4x}\,dx; \quad ii) \int_1^6 x^2 \ln(x)\,dx; \quad iii) \int_{\pi/3}^{\pi} \frac{1}{1-\cos(x)}\,dx.$$

5. Disegnare il seguente insieme Ω e calcolarne l'area:

a) $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \le x \le 5,\ 0 \le y \le \dfrac{2}{x^2+25}\right\}$.

b) $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -\ln(7) \le x \le 0,\ 0 \le y \le e^{-5x}\}$.

c*) Il dominio Ω rinchiuso dell'iperbole $y = 5/x$ e la retta $x+y=-6$.

6. Determinare se sono convergenti i seguenti integrali generalizzati e, nel caso di convergenza, calcolarli:

$$i) \quad \int_3^5 \frac{1}{\sqrt[4]{2x-6}}\,dx; \qquad ii) \quad \int_1^\infty (3x+1)e^{-4x}\,dx.$$

7.* Definire l'integrale generalizzato del tipo $\int_3^\infty f(x)\,dx$, dove la funzione $f : [3,\infty) \to \mathbb{R}$ è continua. Enunciare almeno un criterio sufficiente per la sua convergenza (o divergenza). Inoltre, determinare (tramite un tale criterio) se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti:

$$i) \quad \int_3^\infty \frac{\operatorname{sen}^2(x^{2008})}{\sqrt{1+x^6}}\,dx; \qquad ii) \quad \int_3^\infty \frac{\operatorname{arctg}(x)}{16+x}\,dx.$$

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Parziale 2, 09.01.2008, **VERSIONE D**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	parz.2	parz.1	media	amm.
3	5	5	5	5	4	3	30	30	30	S/N

1. Applicare la formula di Taylor (fino al secondo ordine, intorno al punto $x_0 = 1$) della funzione $f(x) = \operatorname{arctg}(2x + 1)$.

2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:
$$i)\ \int \frac{2}{\sqrt[3]{3+7x}}\,dx; \quad ii)\ \int \cos(5x+3)\,dx; \quad iii)\ \int \frac{2x-9}{x^2-10x+21}\,dx.$$

3. Sia $f : [2, 10] \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Disegnare in modo schematico le somme di Riemann superiori e inferiori per la suddivisione dell'intervallo $[2, 10]$ in 10 sottointervalli della stessa lunghezza. Inoltre, enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

4. Calcolare (mediante l'integrazione per parti o per sostituzione) i seguenti integrali:
$$i)\ \int_0^{\ln(3)} x\,e^{-7x}\,dx; \quad ii)\ \int_1^3 x^2\,\ln(x)\,dx; \quad iii)\ \int_0^{\pi/3} \frac{1}{1-\operatorname{sen}(x)}\,dx.$$

5. Disegnare il seguente insieme Ω e calcolarne l'area:
   a) $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \le x \le 5,\ 0 \le y \le \dfrac{2}{x^2+9}\right\}.$
   b) $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -\ln(2) \le x \le 0,\ 0 \le y \le e^{-7x}\}.$
   c*) Il dominio Ω rinchiuso dell'iperbole $y = 11/x$ e la retta $x + y = 6$.

6. Determinare se sono convergenti i seguenti integrali generalizzati e, nel caso di convergenza, calcolarli:

$$i)\quad \int_3^6 \frac{1}{\sqrt[4]{2x-6}}\,dx; \qquad ii)\quad \int_1^\infty (2x+3)e^{-5x}\,dx.$$

7.* Definire l'integrale generalizzato del tipo $\int_3^\infty f(x)\,dx$, dove la funzione $f:[3,\infty)\to\mathbb{R}$ è continua. Enunciare almeno un criterio sufficiente per la sua convergenza (o divergenza). Inoltre, determinare (tramite un tale criterio) se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti:

$$i)\quad \int_3^\infty \frac{\cos^2(x^{2008})}{\sqrt{1+x^6}}\,dx; \qquad ii)\quad \int_3^\infty \frac{\operatorname{arctg}(x)}{9+x}\,dx.$$