Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Scritto Generale, Febbraio 2008, **VERSIONE A**

Cognome e nome: .... Matricola: ·········

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $a_n = \dfrac{11 - 13n^2}{9n^2}$, utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \dfrac{15n^4 - 2n^2 + 17}{13n + 4n^4 + 2}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

   $$i) \quad \lim_{x \to +\infty} \left(2 - x + \sqrt{x^2 + 6x + 8}\right); \qquad \lim_{x \to -3} \frac{(x^2 - 9)\,\mathrm{sen}(x + 3)}{\ln^2(x + 4)}.$$

3. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$.

   a) $f(x) = \mathrm{arctg}(e^{-2x})$, $x_0 = 0$;

   b) $f(x) = \arccos(\frac{1}{2}\,\mathrm{tg}(x))$, $x_0 = (\pi/4)$.

4. Sia $f(x) = x^2 \ln|x|$.

   a) Determinare i massimi e minimi della f. Determinare dove la f è crescente e dove è decrescente.

   b) Determinare i punti di flesso della f. Determinare dove la f è convessa e dove è concava.

   c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della f.

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i) \int \frac{2}{\cos^2(3x+1)}\,dx; \quad ii) \int \frac{2x-5}{x^2-3x-4}\,dx; \quad iii) \int \frac{5}{\sqrt[5]{6x+1}}\,dx.$$

6. Sia $f : [2,7] \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i) \quad \int_0^1 \ln(x)\,dx; \qquad ii) \quad \int_2^\infty (2-x)e^{-3x}.$$

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Scritto Generale, Febbraio 2008, **VERSIONE B**

Cognome e nome: .... Matricola: $\cdots\cdots\cdots$

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $a_n = \dfrac{10 - 9n^2}{25n^2}$, utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \dfrac{5n^6 + 2n^4 + 10n}{12 - n + 8n^6}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

   $i)\quad \lim_{x\to+\infty} \left(3 - x + \sqrt{x^2 - 6x + 7}\right)\,; \quad \lim_{x\to 3} \dfrac{(x^2-9)\,\mathrm{sen}(x-3)}{\ln^2(x-2)}.$

3. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$.

   a) $f(x) = \mathrm{arctg}(e^{2x})$, $x_0 = 0$;

   b) $f(x) = \mathrm{arcsen}(\frac{1}{2}\,\mathrm{cotg}(x))$, $x_0 = (\pi/4)$.

4. Sia $f(x) = x[1 + \ln|x|]$.

   a) Determinare i massimi e minimi della f. Determinare dove la f è crescente e dove è decrescente.

   b) Determinare i punti di flesso della f. Determinare dove la f è convessa e dove è concava.

   c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della f.

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i)\ \int \frac{3}{\cos^2(2x+1)}\,dx; \quad ii)\ \int \frac{5-3x}{x^2+3x-4}\,dx; \quad iii)\ \int \frac{4}{\sqrt[6]{5x+1}}\,dx.$$

6. Sia $f : [1,5] \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i)\ \int_0^1 \ln(x)\,dx; \quad ii)\ \int_3^\infty (3-x)e^{-2x}.$$