Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Scritto Generale, 11 Giugno 2008, **VERSIONE A**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $a_n = \dfrac{31 - 13n^2}{n^2}$, utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \dfrac{5n^4 + \sqrt{n}}{2 + 4n^4}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

$$i) \quad \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+6x+8} - \sqrt{x^2+4}\right); \qquad ii) \quad \lim_{x\to-3} \frac{\ln^2(x+4)}{(x+3)\,\mathrm{tg}(x+3)}.$$

3. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$.

   a) $f(x) = x\,e^{-3x^2}$, $x_0 = 0$;

   b) $f(x) = \mathrm{arctg}(\frac{1}{3}\sqrt{3}\ \mathrm{tg}(x))$, $x_0 = (\pi/3)$.

4. Sia $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$.

   a) Determinare tutti gli asintoti (verticali, orizzontali ed obliqui) della f.

   b) Determinare i massimi e minimi della f. Determinare dove la f è crescente e dove è decrescente.

   c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della f.

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i) \int \operatorname{cotg}^2(x)\, dx; \quad ii) \int \frac{2x-5}{x^2-8x+7}\, dx; \quad iii) \int \sqrt[5]{6x+1}\, dx.$$

6. Sia $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ una funzione continua.

   a. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

   b. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i) \quad \int_0^\infty x\, e^{-2x^2}\, dx; \quad ii) \quad \int_0^\infty \frac{dx}{1+4x^2}.$$

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Scritto Generale, 11 Giugno 2008, **VERSIONE B**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $a_n = \dfrac{41 - 9n^2}{n^2}$, utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \dfrac{5n^3 + n\sqrt{n}}{1 + 8n^3}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

   $$i) \quad \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+8x+7} - \sqrt{x^2+9}\right); \qquad ii) \quad \lim_{x\to3} \frac{\ln^2(x-2)}{(x-3)\,\mathrm{tg}(x-3)}.$$

3. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$.

   a) $f(x) = x\,e^{-2x^2}$, $x_0 = 0$;

   b) $f(x) = \mathrm{arctg}(\sqrt{3}\ \mathrm{tg}(x))$, $x_0 = (\pi/6)$.

4. Sia $f(x) = x + \dfrac{9}{x}$.

   a) Determinare tutti gli asintoti (verticali, orizzontali ed obliqui) della f.

   b) Determinare i massimi e minimi della f. Determinare dove la f è crescente e dove è decrescente.

   c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della f.

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i)\ \int \operatorname{tg}^2(x)\,dx; \quad ii)\ \int \frac{5-3x}{x^2-8x+7}\,dx; \quad iii)\ \int \sqrt[6]{5x+1}\,dx.$$

6. Sia $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ una funzione continua.

   a. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

   b. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i)\quad \int_0^\infty 2x\,e^{-x^2}\,dx; \quad ii)\quad \int_0^\infty \frac{dx}{1+9x^2}.$$