Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Scritto Generale, 17 Settembre 2008, **VERSIONE A**

Cognome e nome: .... Matricola: $\cdots\cdots\cdots$

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $a_n = \dfrac{9-4n^3}{n^3}$, utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \dfrac{5n^4 - 2n\sqrt{n} + 7}{3n + 4n^4 + 3}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

   $$i) \quad \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+4x+8} - x - 3 \right); \quad ii) \quad \lim_{x\to-3} \frac{(x^2-9)\,\mathrm{sen}(x+3)}{(x+3)\ln(x+4)}.$$

3. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$.

   a) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+9})$, $x_0 = 0$;

   b) $f(x) = \mathrm{arctg}(\sqrt{3}\ \mathrm{tg}(x))$, $x_0 = (\pi/4)$.

4. Sia $f(x) = x(x^2-4)^2$.

   a) Determinare i massimi e minimi della f. Determinare dove la f è crescente e dove è decrescente.

   b) Determinare i punti di flesso della f. Determinare dove la f è convessa e dove è concava.

   c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della f.

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i) \int \frac{2}{\operatorname{sen}^2(3x+1)}\, dx; \quad ii) \int \frac{2x-5}{x^2-6x-7}\, dx; \quad iii) \int \frac{5x}{\sqrt[5]{x^2+1}}\, dx.$$

6. Sia $f : [0,10] \to \mathbb{R}$ una funzione continua.

   a. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

   b. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i) \int_0^{\infty} e^{-3x}\, dx, \qquad ii) \int_0^1 x \operatorname{arctg}(1/x)\, dx.$$

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
Scritto Generale, 17 Settembre 2008, **VERSIONE B**

Cognome e nome: .... Matricola: ·········

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $a_n = \dfrac{1+7n^2}{5n^2}$, utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \dfrac{5n^4 + 2n^3\sqrt{n} + 8n}{2 - n + 7n^4}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

   $$i) \quad \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2-6x+4} - x - 2\right); \qquad ii) \quad \lim_{x\to 3} \frac{(x^2-9)\operatorname{sen}(x-3)}{(x-3)\ln(x-2)}.$$

3. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$.

   a) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+4})$, $x_0 = 0$;

   b) $f(x) = \operatorname{arctg}(\frac{1}{3}\sqrt{3}\ \operatorname{tg}(x))$, $x_0 = (\pi/4)$.

4. Sia $f(x) = x(x^2-9)^2$.

   a) Determinare i massimi e minimi della f. Determinare dove la f è crescente e dove è decrescente.

   b) Determinare i punti di flesso della f. Determinare dove la f è convessa e dove è concava.

   c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della f.

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i) \int \frac{3}{\operatorname{sen}^2(4x+1)}\,dx; \quad ii) \int \frac{3x-5}{x^2+6x-7}\,dx; \quad iii) \int \frac{4x}{\sqrt[4]{x^2+1}}\,dx.$$

6. Sia $f : [-5,5] \to \mathbb{R}$ una funzione continua.

   a. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

   b. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i) \qquad \int_0^{\infty} e^{-2x}\,dx, \qquad ii) \quad \int_0^1 x \operatorname{arctg}(1/x)\,dx.$$