

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2009/2010
Scritto Generale, 22 Gennaio 2010

Cognome e nome: Matricola:

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

a) $a_n = \frac{32 - 23n^4}{n^4}$, utilizzando la definizione del limite.

b) $a_n = \frac{3n^4 + \sqrt[3]{n}}{5 + 2n^4}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 6x + 8} - \sqrt{x^2 + 4})$; ii) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\ln^2(x + 4)}{(x + 3) \operatorname{sen}(x + 3)}$.

3. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$.

a) $f(x) = x e^{-3x^2}$, $x_0 = 0$;

b) $f(x) = \operatorname{arctg}(\frac{1}{3}\sqrt{3} \operatorname{tg}(x))$, $x_0 = (\pi/3)$.

4. Sia $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

a) Determinare tutti gli asintoti (verticali, orizzontali ed obliqui) della f .

b) Determinare i massimi e minimi della f . Determinare dove la f è crescente e dove è decrescente.

c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della f .

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i) \int \operatorname{tg}^2(x) dx; \quad ii) \int \frac{x-5}{x^2-8x+7} dx; \quad iii) \int \sqrt{6x+1} dx.$$

6. Sia $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua.

a. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

b. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i) \int_0^{\infty} x e^{-2x^2} dx; \quad ii) \int_0^{\infty} \frac{dx}{1+4x^2}.$$