Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2010/2011
Scritto Generale, 18 febbraio 2011

Cognome e nome: .... Matricola: ....

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $a_n = \dfrac{9+n^6}{8n^6}$, utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \dfrac{3n^2 - 2n + 11}{6 + 7n^2 + 3\,\mathrm{sen}(2n)}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

$$i) \quad \lim_{x \to +\infty} \left(3 + x + \sqrt{x^2 - 6x + 68}\right); \qquad ii) \quad \lim_{x \to 3} \frac{\mathrm{sen}^2(x-3)}{\ln^2(x-2)}.$$

3. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$.

   a) $f(x) = \mathrm{arctg}(e^x - 1)$, $x_0 = 0$;

   b) $f(x) = -x + \sqrt{x^2 - 4x + 53}$, $x_0 = 2$.

4. Sia $f(x) = -(x^3 - 1)^3$.

   a) Determinare i massimi e minimi della f. Determinare dove la f è crescente e dove è decrescente.

   b) Determinare i punti di flesso della f. Determinare dove la f è convessa e dove è concava.

   c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della f.

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i)\ \int \frac{1}{1+\mathrm{tg}^2(x)}\,dx; \quad ii)\ \int \frac{x}{x^2+3x-4}\,dx; \quad iii)\ \int \frac{2}{\sqrt[5]{x+2}}\,dx.$$

6. Sia $f : [0,5] \to \mathbb{R}$ una funzione continua.

   a. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

   b. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i)\ \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx, \qquad ii)\ \int_{-\infty}^0 e^{3x}\,dx.$$