

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2008/2009
Scritto Generale, 8 Gennaio 2009

Cognome e nome: Matricola:

| | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|
| es.1 | es.2 | es.3 | es.4 | es.5 | es.6 | es.7 | somma | amm. |
| 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4 | 4 | 30 | S/N |
| | | | | | | | | |

1. Calcolare i seguenti limiti:

a) $a_n = \frac{12n^3 - 8n}{9n^3}$, utilizzando la definizione del limite.

b) $a_n = \frac{5n^4 - 12n + 11 \log(n)}{13n + 7n^4}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 5} + x)$; ii) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x-3} - 1 + \sin(2x - 6)}{x^2 - 8x + 15}$.

3. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$.

a) $f(x) = \arctg(e^{-3x})$, $x_0 = 2$;

b) $f(x) = e^{-\ln(x^2)}$, $x_0 = -1$.

4. Sia $f(x) = x(x - 2)^4$.

a) Determinare i massimi e minimi della f . Determinare dove la f è crescente e dove è decrescente.

b) Determinare i punti di flesso della f . Determinare dove la f è convessa e dove è concava.

c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della f .

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i) \int \frac{3}{x^2 - 4x - 5} dx, \quad ii) \int \cos^2(3x) dx, \quad iii) \int \frac{2x}{x^2 + 1} dx.$$

6. Sia $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i) \int_{-1/3}^0 \frac{4}{\sqrt{3x+1}} dx; \quad ii) \int_1^{\infty} (x-1)e^{-4x} dx.$$