

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008  
Scritto Generale, 23 febbraio 2010

Cognome e nome: ..... Matricola: .....

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

a)  $a_n = \frac{9 - 5n^2 + 22}{n^2}$ , utilizzando la definizione del limite.

b)  $a_n = \frac{5n^4 - 2n\sqrt[3]{n} + 7 \ln(n + 2)}{5n^4 + 7n^2 + 9}$ .

2. Calcolare i seguenti limiti:

i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 29} - x - 3)$ ;    ii)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2 - 4) \ln(x + 3)}{(x + 2) \operatorname{sen}(x + 2)}$ .

3. Calcolare  $f'(x)$  e determinare l'equazione della retta tangente nel punto  $(x_0, f(x_0))$ .

a)  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 9})$ ,  $x_0 = 0$ ;

b)  $f(x) = \operatorname{arcsen}(\frac{1}{2}\sqrt{2} \operatorname{tg}(x))$ ,  $x_0 = (\pi/4)$ .

4. Sia  $f(x) = (x^3 - 8)^2$ .

a) Determinare i massimi e minimi della  $f$ . Determinare dove la  $f$  è crescente e dove è decrescente.

b) Determinare i punti di flesso della  $f$ . Determinare dove la  $f$  è convessa e dove è concava.

c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della  $f$ .

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i) \int \frac{2}{\operatorname{sen}^2(3x+2)} dx; \quad ii) \int \frac{x-9}{x^2-6x-7} dx; \quad iii) \int \frac{5x}{\sqrt[3]{x^2+1}} dx.$$

6. Sia  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua.

- a. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.
- b. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i) \int_0^{\infty} e^{-5x} dx, \quad ii) \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$