

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2008/2009  
Scritto Generale, 27 Febbraio 2009

Cognome e nome: ..... Matricola: .....

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

a)  $a_n = \frac{5 - 3n^3}{9n^3}$ , utilizzando la definizione del limite.

b)  $a_n = \frac{15n^4 \log(n+1) + 7}{4n^4 \log(n+1) + 2}$ .

2. Calcolare i seguenti limiti:

i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 3 - x + \sqrt{x^2 + 6x + 18} \right)$ ;    ii)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 - 9) \operatorname{tg}(x + 3)}{\ln^2(x + 4)}$ .

3. Calcolare  $f'(x)$  e determinare l'equazione della retta tangente nel punto  $(x_0, f(x_0))$ .

a)  $f(x) = \operatorname{arctg}(e^{-2x})$ ,  $x_0 = 0$ ;

b)  $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ ,  $x_0 = 2$ .

4. Sia  $f(x) = x \ln(x)$ .

a) Determinare i massimi e minimi della  $f$ . Determinare dove la  $f$  è crescente e dove è decrescente.

b) Determinare i punti di flesso della  $f$ . Determinare dove la  $f$  è convessa e dove è concava.

c) Utilizzare le informazioni nelle parti a) e b) per tracciare il grafico della  $f$ .

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i) \int \frac{2}{\cos^2(2x+3)} dx; \quad ii) \int \frac{2x}{x^2+3x-4} dx; \quad iii) \int \frac{3}{\sqrt[3]{x+2}} dx.$$

6. Sia  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx; \quad ii) \int_0^\infty x e^{-3x} dx.$$