

Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2007/2008
 Scritto Generale, 19 settembre 2012.

Cognome e nome: Matricola:

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	es.6	es.7	somma	amm.
4	4	4	5	5	4	4	30	S/N

1. Calcolare i seguenti limiti:

a) $a_n = \frac{-7n^2\sqrt{n} + 2}{n^2\sqrt{n}}$, utilizzando la definizione del limite.

b) $a_n = \frac{1 - 2n\sqrt{n} + 5n^2 + 7 \ln(n+1)}{\sqrt{n+1} + 3n^2 + 2}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 13} - x)$; ii) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3) \operatorname{sen}(x+3)}{(x+3) \ln(x+4)}$.

3. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$.

a) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 4})$, $x_0 = 0$;

b) $f(x) = \operatorname{arcsen}(\frac{1}{2} \operatorname{tg}(x))$, $x_0 = (\pi/4)$.

4. Sia

$$f(x) = \frac{16 - x^4}{x^3}.$$

a) Determinare gli eventuali massimi e minimi di f . Determinare dove la f è crescente e dove è decrescente.

b) Determinare gli asintoti di f .

c) Determinare gli eventuali punti di flesso di f . Determinare dove la f è convessa e dove è concava.

d) Utilizzare le informazioni nelle parti a), b) e c) per tracciare il grafico di f .

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i) \int \frac{2}{\cos^2(7x+1)} dx; \quad ii) \int \frac{x+5}{x^2-6x-7} dx; \quad iii) \int \frac{5x}{\sqrt[3]{x^2+4}} dx.$$

6. Sia $f : [2, 12] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua.

a. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

b. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i) \int_0^{\infty} e^{-3x} dx, \quad ii) \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(x)}{x} dx.$$