1. Calcolare i seguenti limiti:

   a) $a_n = \dfrac{+5n^2\sqrt{n} + 2}{n^2\sqrt{n}}$, utilizzando la definizione del limite.

   b) $a_n = \dfrac{1 - 2n\sqrt{n} + 5n^2 + 7\ln(n+1)}{\sqrt{n+1} + 3n^2 + 2}$.

2. Calcolare i seguenti limiti:

   i) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+13} - x\right)$; *ii)* $\displaystyle\lim_{x\to-3}\frac{(x^2+2x-3)\,\mathrm{sen}(x+3)}{(x+3)\ln(x+4)}$.

3. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$.

   a) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+4})$, $x_0 = 0$;

   b) $f(x) = \mathrm{arcsen}(\frac{1}{2}\ \mathrm{tg}(x))$, $x_0 = (\pi/4)$.

   $f(0) = \ln(2)$ $\quad f'(x) = \dfrac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}}{x + \sqrt{x^2+4}}$ $\quad f'(0) = \frac{1}{2}$

4. Sia

   $f'(x) = 1 + \frac{48}{x^4}$

   $$x - \frac{16}{x^3} = f(x) = \frac{x^4 - 16}{x^3}.$$

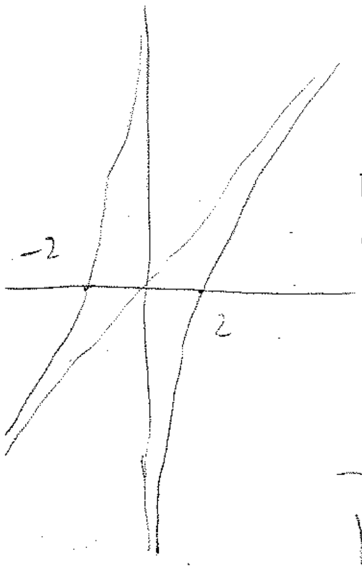
   $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{6}$ $\quad f'(x) = \dfrac{\frac{1}{4}\,\frac{1}{\cos^2(x)}}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}\mathrm{tg}^2(x)}}$

   a) Determinare gli eventuali massimi e minimi di f. Determinare dove la f è crescente e dove è decrescente.

   b) Determinare gli asintoti di f.

   $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\frac{1}{4\cdot\frac{1}{2}}}{\sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

   c) Determinare gli eventuali punti di flesso di f. Determinare dove la f è convessa e dove è concava.



$$\frac{-4x + 13}{\sqrt{x^2 - 4x + 13} + x}$$

$$\frac{\cancel{(x+3)}(x-1)\,\mathrm{sen}(x+3)}{\cancel{(x+3)}\ln(x+4)} \to -4$$

d) Utilizzare le informazioni nelle parti a), b) e c) per tracciare il grafico di f.

5. Calcolare le seguenti funzioni primitive:

$$i) \int \frac{2}{\cos^2(7x+2)}\,dx; \quad ii) \int \frac{x-5}{x^2+6x-7}\,dx; \quad iii) \int \frac{5x}{\sqrt[3]{x^2+4}}\,dx.$$

6. Sia $f : [2, 12] \to \mathbb{R}$ una funzione continua.

   a. Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

   b. Spiegare, tramite un disegno, come il suo integrale può essere definito tramite le somme di Riemann inferiori e superiori.

7. Determinare se i seguenti integrali generalizzati sono convergenti e, se lo sono, calcolarli.

$$i) \int_0^{\infty} e^{-4x}\,dx, \qquad ii) \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(x)}{x}\,dx.$$