Stabilire se le seguenti forme differenziali sono chiuse o esatte. Se sono esatte, trovarne la primitiva.

1. $(2xy^3 + y\sin(xy) + 2x)dx + (3x^2y^2 + x\cos(xy))dy$

2*. $\dfrac{2xy^2}{x^4+y^4}\,dx - \dfrac{2x^2y}{x^4+y^4}\,dy$

3. $4xy\sin(2x^2y)\,dx + (2x^2\cos(2x^2y) + \cos(y))\,dy$

4. $\dfrac{-x}{\sqrt{y-x^2}}\,dx + \left(1 + \dfrac{1}{2\sqrt{y-x^2}}\right)dy$

5. $\dfrac{2x}{x^2+y^2+z^2}\,dx + \dfrac{2y}{x^2+y^2+z^2}\,dy + \dfrac{2z}{x^2+y^2+z^2}\,dz$

6. $\dfrac{4xy^2}{(x^2+y^2)^2}dx - \dfrac{4x^2y}{(x^2+y^2)^2}dy$

7. $x\,dx + y\,dy + z\,dz$

8. $\dfrac{1}{x}dx + \dfrac{1}{y}dy + \dfrac{1}{z}dz$

9. $\left(\dfrac{1}{1+x^2} + \dfrac{2x}{\cos^2(x^2y)}\right)dx + \left(\dfrac{x^2}{\cos^2(x^2y)} - \sin(y)\right)dy$

10. $\dfrac{dx+dy+dz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

Calcolare le lunghezze delle seguenti curve:

11. Il grafico di $f(x) = x\sqrt{x}$ per $0 \le x \le 1$

12. Il grafico di $f(x) = \ln|\cos(x)|$ per $0 \le x \le (\pi/4)$

13. La curva (in coordinate polari) $\rho = e^{-\theta}$ per $0 \le \theta \le (\pi/2)$

14. La curva (in coordinate polari) $\rho = 1 - \cos\theta$ per $0 \le \theta \le 2\pi$

15. Il grafico di $f(x) = \sqrt{x}$ per $0 \le x \le 1$

16. Il grafico di $f(x) = \cosh^2(x)$ per $-1 \le x \le 1$

17. L'elica $\varphi(t) = (\sin(t), \cos(t), \pi - t)$ per $0 \leq t \leq \pi$

18. La curva $\varphi(t) = (t, t\sqrt{t}, t)$ per $0 \leq t \leq 1$

19. L'elica accelerata $\varphi(t) = (\cos(t), \sin(t), t^2)$ per $0 \leq t \leq 2\pi$

20. La curva $\varphi(t) = (\cos(t), -\sin(t), \sqrt{t^4 - 1})$ per $1 \leq t \leq 2$

Calcolare i seguenti integrali curvilinei:

21. $\int_\gamma x\, ds$ se γ è il grafico di $f(x) = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$ per $0 \leq x \leq 1$

22. $\int_\gamma \sqrt{z}\, ds$ se γ è l'elica accelerata di equazione $\varphi(t) = (\cos(t), \sin(t), t^2)$ per $0 \leq t \leq 2\pi$.

23. $\int_\gamma \pi(1 - x^2)\, ds$ se γ è il grafico di $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ per $0 \leq x \leq 1$

24. $\int_\gamma \sqrt{x^2 + y^2}\, ds$ se γ è la spiraglia di equazione $\rho = e^{-2\theta}$ per $0 \leq \theta \leq 4\pi$ (in coordinate polari)

25.

26.

27.

28.

29.

30.