

Primo Parziale
del Corso di Analisi Matematica 4¹

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y^{(4)} - 5y^{(3)} + 6y'' = 0.$$

2. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' - \frac{2}{x}y' + \frac{2}{x^2}y = 1,$$

osservando che $y_1(x) = x$ e $y_2(x) = x^2$ sono soluzioni della corrispondente equazione omogenea.

3. Calcolare la soluzione del problema iniziale

$$y' = \frac{-2xy^2}{x^2 + 1}, \quad y(0) = 1.$$

4. Consideriamo la forma differenziale

$$\left(2xy + \frac{y}{x^2 + y^2}\right) dx + \left(x^2 - \frac{x}{x^2 + y^2}\right) dy.$$

a. Verificare se la forma è chiusa nel dominio $\mathbb{R}^2 \setminus \{(x, 0) : x \leq 0\}$.
Se esiste, costruirne una primitiva.

b.* Esiste una primitiva nel dominio $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$? Perché esiste o perché non esiste?

5. Calcolare la lunghezza del grafico della funzione $f(x) = \frac{2}{3}(x-1)^{3/2}$ per $1 \leq x \leq 9$.

6. Calcolare il volume del solido rinchiuso tra la paraboloidi di equazione $z = 1 + 3(x^2 + y^2)$, il cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e il piano xy .