Secondo Parziale
del Corso di Analisi Matematica 4[1]

1. Determinare il minimo della funzione
$$f(x, y, z) = x^2 + 4y^2 + 9z^2$$
sotto il vincolo $x + 2y + 3z = 6$. Interpretare il risultato geometricamente.

2. Determinare l'equazione del piano tangente alla paraboloide $z = 16 - x^2 - 4y^2$ nel punto $(2, 1, 8)$.

3. Calcolare l'area della porzione del piano $x+z = 1$ all'interno del cilindro $x^2 + y^2 = 1$.

4. Sia S la superficie sferica di equazione $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$ e sia $\vec{\boldsymbol{F}} = (z, y, x)$. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\, d\sigma$, specificando esplicitamente la direzione del versore normale ν.

5. Sia S la parte della superficie di equazione $z = 4 - x^2 - y^2$ che si trova sopra il piano $z = 0$. Sia $\vec{\boldsymbol{F}} = (y^2, z^3, x^2)$. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\operatorname{rot} \vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\, d\sigma$, specificando esplicitamente la direzione del versore normale ν.

6. Verificare, mediante il teorema delle funzioni implicite, che la seguente equazione
$$F(x, y) = x^2\, e^{x+y} + (x - 1)^2 \cos y = 0$$
definisce una funzione $y = f(x)$ in un intorno del punto $(0, \frac{\pi}{2})$. Determinare l'equazione della retta tangente in questo punto.

[1] 8.06.2004