Secondo Parziale
del Corso di Analisi Matematica 4[1]

1. Calcolare il minimo assoluto ed il massimo assoluto della funzione

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$$

nel dominio $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 \leq 36\}$.

2. Determinare l'equazione del piano tangente alla conica di equazione $z = x^2 + 4y^2 - 4xy$ nel punto $(2,1,0)$.

3. Calcolare l'area della porzione della paraboloide $z = x^2 + y^2$ all'interno del cilindro $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x-1)^2 + y^2 \leq 4\}$.

4. Sia S la superficie di frontiera del dominio

$$D = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : -4 + \sqrt{x^2+y^2} < z < 4 - \sqrt{x^2+y^2}\right\}.$$

Sia $\vec{\boldsymbol{F}} = (x^3 + y^3, y^3 + z^3, z^3 + x^3)$. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\, d\sigma$, specificando esplicitamente la direzione del versore normale ν.

5. Sia S la superficie

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2 + 9,\ 0 \leq z \leq 4\}.$$

Sia $\vec{\boldsymbol{F}} = (x^2, z^3, x^2)$. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\operatorname{rot} \vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\, d\sigma$, specificando esplicitamente la direzione del versore normale ν.

6. Consideriamo la conica di equazione

$$g(x,y,z) \stackrel{\text{def}}{=} x^2 + 2xz + y^2 - 2yz + 4z^2 - 4xy + 2x + 4y - 6z = 0.$$

Trovare l'equazione del piano tangente all'origine. Esiste una funzione $z = f(x,y)$ di classe C^1 tale che $g(x,y,f(x,y)) = 0$ in un intorno dell'origine? Perchè si o perchè no?

[1] 4.06.2007. Cinque punti per esercizio.

Secondo Parziale
del Corso di Analisi Matematica 4[2]

1. Calcolare il minimo assoluto ed il massimo assoluto della funzione
$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$$
nel dominio $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + (y-7)^2 + (z-24)^2 \leq 400\}$.

2. Determinare l'equazione del piano tangente alla conica di equazione $z^2 = x^2 - 4y^2 + 1$ nel punto $(0,0,1)$.

3. Calcolare l'area della porzione del cono $z = 3 - \sqrt{x^2+y^2}$ all'interno del cilindro $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

4. Sia S la superficie di frontiera del dominio
$$D = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq \sqrt{25 - x^2 - y^2}\right\}.$$
Sia $\vec{\boldsymbol{F}} = (x^3 + y^3, y^3 + x^3, z + \cos(xy))$. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\, d\sigma$, specificando esplicitamente la direzione del versore normale ν.

5. Sia S la superficie
$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = 2 - \sqrt{x^2+y^2}, z \geq 0\}.$$
Sia $\vec{\boldsymbol{F}} = (z, x, y)$. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\operatorname{rot} \vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\, d\sigma$, specificando esplicitamente la direzione del versore normale ν.

6. Consideriamo la conica di equazione
$$g(x,y,z) \stackrel{\text{def}}{=} x^2 + 2xz + 2y^2 - 6yz + 3z^2 - 2xy + 6x - 2y + 4z = 0.$$
Trovare l'equazione del piano tangente all'origine. Esiste una funzione $y = f(x,z)$ di classe C^1 tale che $f(0,0) = 0$ e $g(x, f(x,z), z) = 0$ in un intorno dell'origine? Perchè si o perchè no?

---

[2]Versione 2: 11.06.2007. Cinque punti per esercizio.