Scritto Generale
del Corso di Analisi Matematica 4[1]

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y^{(5)} + 8y^{(3)} + 16y' = 0.$$

2A. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y' = 3x^2(y^2 + 1)$$

e indicare la soluzione che verifica la condizione $y(\pi) = -1$.

2B. Discutere la convergenza puntuale e uniforme della serie di Fourier della funzione $f(x) = \sinh(x)$ $(-\frac{T}{2} < x \leq \frac{T}{2})$ di periodo T. In particolare, calcolare i coefficienti di Fourier e la somma della serie.

3. Calcolare il minimo (assoluto) della funzione $f(x,y,z) = x^2+y^2-z^2$ sotto il vincolo $x+2y+3z = 6$ e interpretare il risultato geometricamente. Poichè è un minimo il punto trovato?

4. Consideriamo la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$f(x,y) = (u(x,y), v(x,y)) = (x^3 - 3xy^2, 3x^2y - y^3).$$

Per quali punti $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ esiste un intorno in cui si può definire la funzione inversa f^{-1}? Poichè non esiste la funzione inversa $f^{-1} : \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \to \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$?

5. Calcolare l'area della porzione della paraboloide $z = 4 - x^2 - y^2$ che si trova sopra l'iperboloide $z = 2xy$ e sopra il piano xy. Indicare al quale versore normale corrisponde il risultato.

6. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\operatorname{rot} \vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\, d\sigma$, dove $\vec{\boldsymbol{F}} = (y,z,x)$ e S è la porzione della paraboloide $z = 9 - x^2 - y^2$ che si trova sopra il piano $z = 0$. Indicare al quale versore normale corrisponde il risultato. Spiegare poichè si trova lo stesso risultato per $\iint_S (\operatorname{rot} \vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\, d\sigma$ se $S = \{(x,y,0) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 9\}$.

[1] 17.06.2005. Chi ha sostenuto il corso di analisi matematica 3 secondo il programma dell'AA 2003-2004, farà l'esercizio 2A. Chi l'ha sostenuto secondo il programma dell'AA 2004-2005, farà l'esercizio 2B.

7. Calcolare la lunghezza della curva

$$\varphi(t) = (\cosh(t)\cos(t), \cosh(t)\sin(t), t), \qquad 0 \leq t \leq \ln(2).$$

Punteggio massimo: 5 pt. per gli esercizi 4 e 6, 4 pt. per gli altri esercizi.