

Scritto Generale  
del Corso di Analisi Matematica 4<sup>1</sup>

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 25y = 2 \sin(5x).$$

2. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{4xy^2}{1+y^2}.$$

3. Calcolare il minimo a massimo (relativo) della funzione  $f(x, y) = x + 3y$  sotto il vincolo  $x^2 + 9y^2 = 1$  e interpretare il risultato geometricamente.
4. Consideriamo i punti  $(-1, 0)$ ,  $(0, 1)$  e  $(0, -1)$  della cosiddetta curva ellittica di equazione  $F(x, y) = 0$ , dove

$$F(x, y) = y^2 - x^3 - 1.$$

Applicare il teorema delle funzioni implicite per scoprire quali dei tre punti hanno un intorno nel quale si può esprimere  $x = g(y)$  con  $g$  di classe  $C^1$ .

5. Calcolare l'area della superficie della paraboloidi di equazione  $z = 9 - x^2 - y^2$  all'interno del cilindro  $x^2 + y^2 = 4$ .
6. Calcolare l'integrale di superficie  $\iint_S (\vec{F}, \vec{n}) d\sigma$ , dove  $\vec{F} = (xy^2, yz^2, zx^2)$  e  $S$  è la superficie sferica di raggio 1 e centro l'origine. Indicare al quale versore normale corrisponde il risultato.
7. Calcolare la lunghezza della curva di equazione

$$\varphi(t) = (4t \cos(t), 4t \sin(t)), \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

**Punteggio massimo:** 5 pt. per gli esercizi 4 e 6, 4 pt. per gli altri esercizi.

---

<sup>1</sup>04.10.2004