

Scritto Generale
del Corso di Analisi Matematica 4¹

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 3y' + 2y = 2e^{-x}.$$

2. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y' = 3x^2(1 + y^2).$$

3. Calcolare il minimo (relativo) della funzione $f(x, y) = 9x^2 - y^2$ sotto il vincolo $x + 3y = 1$.

4. Dimostrare, mediante il teorema del Dini, che la seguente equazione

$$F(x, y) = -x + 2y + \ln |y| = 0$$

definisce una funzione $y = f(x)$ in un intorno del punto $(2, 1)$. Determinare la retta tangente alla curva $\{(x, y) : F(x, y) = 0\}$ in tale punto.

5. Calcolare l'area della superficie sferica di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ interna al cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e sopra il piano xy .

6. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\text{rot } \vec{F}, \nu) d\sigma$, dove $\vec{F} = (y, z, x)$ e S è la porzione della paraboloida $z = 4 - x^2 - y^2$ che si trova sopra il piano $z = 0$. Indicare al quale versore normale corrisponde il risultato.

7. Calcolare la lunghezza della curva di equazione

$$\varphi(t) = (\sin(t), \cos(t), 3t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Punteggio massimo: 5 pt. per gli esercizi 4 e 6, 4 pt. per gli altri esercizi.