Fondamenti di Fisica Matematica: Secondo parziale
07.06.2011

Cognome e nome: ....Matricola: ....

es.1	es.2	es.3	somma
9	9	12	30

1. Discutere la risoluzione numerica, mediante il metodo delle differenze finite, del seguente problema differenziale:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4(1+x^2)u + \sin(\pi x), \qquad 0 \le x \le 2,\ t \ge 0,$$
$$u(0,t) = 1, \qquad u(2,t) = 0, \qquad u(x,0) = 1 - \tfrac{1}{4}x^2.$$

2. Discutere la risoluzione numerica, mediante il metodo degli elementi finiti, del seguente problema differenziale:

$$-(xu')' + (x^2+1)u = x\ \sin(\pi x), \qquad 1 \le x \le 3,$$
$$u(1) = u(3) = 0.$$

3. Discutere la risoluzione numerica, mediante il metodo degli elementi finiti, del seguente problema differenziale:

$$-\nabla \cdot (xy\nabla u) + (x^2+y^2)u = f, \qquad (x,y) \in \Omega = (1,3) \times (1,5),$$
$$u|_{\partial\Omega} = 0.$$

Discutere le caratteristiche del sistema lineare che ne esce. Si potrà far partire la discussione dalla iseguente formulazione variazionale: Trovare $u \in H_0^1(\Omega)$ tale che per ogni $\phi \in H_0^1(\Omega)$

$$\iint_\Omega \left[xy\nabla u \cdot \nabla\phi + (x^2+y^2)u\phi\right] dxdy = \iint_\Omega f\phi\, dxdy.$$