Fondamenti di Fisica Matematica: Secondo parziale
14.12.2012

Cognome e nome: ....Matricola: ....

es.1	es.2	es.3	es.4/5	somma	
7	7	10	6	6	30

Voto: es.1+es.2+es.3+max(es.4,es.5)

1. Discutere la risoluzione numerica, mediante il metodo delle differenze finite, del seguente problema differenziale:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad 0 \le x \le 2,\ t \ge 0,$$
$$u(0,t) = 0, \quad u(2,t) = 0, \quad u(x,0) = 1, \quad \tfrac{\partial u}{\partial t}(x,0) = 0.$$

2. Discutere la risoluzione numerica, mediante il metodo degli elementi finiti, del seguente problema differenziale:

$$-(e^{-x}u')' + (x^2+1)u = x^2, \qquad 0 \le x \le 2,$$
$$u(0) = 0, \qquad u(2) = 0.$$

3. Discutere la risoluzione numerica, mediante il metodo degli elementi finiti, del seguente problema differenziale:

$$-\nabla^2 u + (x^2+y^2+1)u = f, \qquad (x,y) \in \Omega = (0,2) \times (1,4),$$
$$u|_{\partial\Omega} = 0.$$

Discutere le caratteristiche del sistema lineare che ne esce. Si potrà far partire la discussione dalla seguente formulazione variazionale: Trovare $u \in H_0^1(\Omega)$ tale che per ogni $\phi \in H_0^1(\Omega)$

$$\iint_\Omega \left[\nabla u \cdot \nabla \phi + (x^2+y^2+1)u\phi\right] dxdy = \iint_\Omega f\phi\, dxdy.$$

4. Applicare il metodo di Newton per calcolare lo zero $\xi \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ dell'equazione

$$\tan(x) + x = 0.$$

Discutere lo schema di iterazione, la scelta di x_0 che garantisce la convergenza, e la velocità della convergenza.

5. Applicare il metodo di Newton per calcolare lo zero $\xi \in (-2, -1)$ dell'equazione

$$x^3 - 2x + 2 = 0.$$

Discutere lo schema di iterazione, la scelta di x_0 che garantisce la convergenza, e la velocità della convergenza. Che cosa avviene se $x_0 = 0$?