

Fondamenti di Fisica Matematica: Scritto generale
10.07.2012

Cognome e nome: Matricola:

es.1	es.2	es.3	es.4	es.5	somma
6	7	6	7	4	30

1. Calcolare lo spettro del seguente problema di Sturm-Liouville:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + (\lambda + 5)y = 0, & 0 \leq x \leq 2\pi, \\ y(0) - y'(0) = 0, \\ y(2\pi) = 0, \end{cases}$$

determinando il peso rispetto a quale sono ortogonali le autofunzioni.

2. Risolvere, mediante separazione delle variabili, il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + 6u_x + 13u, & 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \\ u(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = e^{-3x} \sin(8x), \\ u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Discutere la risoluzione numerica, mediante il metodo delle differenze finite, del seguente problema differenziale:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sin^2(\pi x), & 0 \leq x \leq 4, t \geq 0, \\ u(0, t) &= 0, \quad u(4, t) = 0, \quad u(x, 0) = 16 - x^2, \quad u_t(x, 0) = 0. \end{aligned}$$

4. Discutere la risoluzione numerica, mediante il metodo degli elementi finiti, del seguente problema differenziale:

$$\begin{aligned} -((2-x^2)u)' + (x^2+4)u &= x \sin(\pi x), & -1 \leq x \leq 1, \\ u(-1) &= u(1) = 0. \end{aligned}$$

5. Applicare il metodo di Newton per calcolare il primo zero positivo $\xi \in (\frac{1}{4}\pi, \frac{1}{2}\pi)$ dell'equazione

$$\operatorname{tg}(x) - 2x = 0.$$

Discutere lo schema di iterazione, la scelta di x_0 che garantisce la convergenza, e la velocità della convergenza.