

Indice

Prefazione	11
1 INTRODUZIONE	13
1.1 Buona posizione e condizionamento	13
1.2 Algoritmi	15
1.3 Caratterizzazione degli algoritmi	18
2 COMPLEMENTI DI ALGEBRA LINEARE	21
2.1 Richiami	21
2.1.1 Spazi	21
2.1.2 Matrici	27
2.1.3 Autovalori e autovettori	30
2.2 Matrici di forma particolare	31
2.3 Norme matriciali	35
2.4 Matrici irriducibili	40
2.5 Localizzazione degli autovalori	44
2.6 Matrici diagonalmente dominanti	49
3 ARITMETICA FINITA	53
3.1 Sistemi di numerazione	53
3.2 Origine e misura degli errori	55
3.3 Numeri di macchina	56
3.4 Propagazione	64
4 METODI DIRETTI PER SISTEMI LINEARI	69
4.1 Condizionamento di un sistema lineare	69
4.2 Sistemi lineari “facili”	74
4.3 Il metodo di Gauss	77

4.3.1 Pivoting	81
4.3.2 Fattorizzazioni $A = LU$ e $PA = LU$	85
4.3.3 Matrici elementari di Gauss	90
4.4 <i>Scaling</i>	92
4.5 Altre fattorizzazioni LU	94
4.6 Fattorizzazione QR	97
4.6.1 Matrici elementari di Householder	98
4.6.2 Fattorizzazione QR di Householder	100
4.6.3 Fattorizzazione QR di Givens	105
4.6.4 Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt	108
4.7 Problemi ai minimi quadrati	111
4.7.1 Il metodo delle equazioni normali	113
4.7.2 Risoluzione mediante la fattorizzazione QR	115
5 METODI ITERATIVI PER SISTEMI LINEARI	119
5.1 Metodi iterativi del prim'ordine	120
5.2 Costruzione di metodi iterativi lineari	122
5.3 Criteri di arresto	127
5.4 Precondizionamento	129
5.4.1 Fattorizzazione LU incompleta	131
5.4.2 Il preconditionatore di Chan	133
5.5 Metodi di rilassamento	134
5.6 Il metodo del gradiente	135
5.7 Il metodo del gradiente coniugato	139
5.8 Iterazioni in sottospazi di Krylov	144
5.8.1 Il gradiente coniugato come metodo di Krylov	145
5.8.2 L'iterazione di Arnoldi	147
5.8.3 L'iterazione di Lanczos	151
5.8.4 Il metodo GMRES	152
6 AUTOVALORI ED AUTOVETTORI	157
6.1 Forme canoniche	157
6.2 Introduzione agli algoritmi numerici	161
6.3 Il metodo delle potenze	165
6.4 L'algoritmo QR	169
6.5 Passaggio in forma di Hessenberg	172

7	EQUAZIONI NON LINEARI	175
7.1	Introduzione	176
7.2	Zeri di polinomi	179
7.3	Il metodo di bisezione	180
7.4	Il metodo di Newton	183
7.5	Metodi <i>quasi-Newton</i>	186
7.6	Iterazioni di punto fisso	190
7.7	Sistemi di equazioni non lineari	195
7.7.1	Il metodo di Broyden	200
8	APPROSSIMAZIONE DI FUNZIONI	203
8.1	Interpolazione	203
8.2	Interpolazione polinomiale	205
8.2.1	Polinomio interpolante di Lagrange	207
8.2.2	Errore di interpolazione	212
8.2.3	Le costanti di Lebesgue	217
8.2.4	La formula di Neville	221
8.2.5	Polinomio interpolante di Newton	222
8.2.6	Rappresentazione alternativa dell'errore	226
8.3	Approssimazione ai minimi quadrati	226
8.3.1	Il caso discreto	227
8.3.2	Il caso generale	229
8.4	Funzioni spline	233
9	INTEGRAZIONE NUMERICA	237
9.1	Formule di quadratura	237
9.2	Formule di Newton-Cotes	239
9.2.1	Formule di Newton-Cotes con n pari	243
9.2.2	Errore delle formule di Newton-Cotes	243
9.3	Funzioni peso ed integrali con singolarità	246
9.4	Formule a precisione ottimale	248
9.4.1	Polinomi ortogonali	249
9.4.2	Formule Gaussiane	252
9.4.3	Polinomi ortonormali	256
9.4.4	Alcune famiglie di polinomi ortogonali	256

10 EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE	261
10.1 Il problema di Cauchy	261
10.2 Formule alle differenze finite	265
10.3 Differenze finite e formule di quadratura	270
10.4 Errori nelle formule monostep	271
10.4.1 Verifica della consistenza e dell'ordine	274
10.4.2 Influenza degli errori di arrotondamento	277
10.4.3 Analisi del metodo di Eulero	277
10.5 Stima automatica del passo ottimale	281
10.6 Impiego di metodi impliciti	283
10.7 Sistemi ed equazioni di ordine superiore	285
10.8 Costruzione di formule multistep	288
10.9 Convergenza nelle formule multistep	292
10.9.1 Consistenza	293
10.9.2 Stabilità	296
10.9.3 Soluzione di un'equazione alle differenze	300
10.10 Equazioni <i>stiff</i> e A-stabilità	302
10.11 Costruzione delle formule di Runge-Kutta	307
10.11.1 Formule esplicite	309
10.11.2 Formule implicite	312
Bibliografia	315
Indice analitico	319