

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria

14 novembre 2013

1. Si consideri il vettore $\mathbf{w} = (\alpha, 0, 1)^T$ dipendente dal parametro reale α . Costruita la matrice $A = I - 2\mathbf{w}\mathbf{w}^T$, si dica per quali valori di α la matrice è singolare e per quali valori le sue tre colonne sono ortogonali. Fissato il valore $\alpha = 2$ si calcoli la norma con indice 1, 2 e ∞ delle tre colonne e si determini lo spettro della matrice.
2. Calcolare la fattorizzazione $PA = LU$ della matrice

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

ed utilizzarla per calcolare A^{-1} .

3. Data la seguente tabella di dati

$$\begin{array}{c|cccc} x_i & -1 & -\frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \hline y_i & 0 & -\frac{1}{4} & -4 & -9 \end{array}$$

approssimare nel punto $x = 0$ il valore della funzione in essa campionata mediante interpolazione polinomiale.

4. Dire per quali valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il seguente metodo alle differenze finite è convergente

$$\begin{cases} \eta_{i+1} = \eta_i + \frac{h}{3} \left[f(x_i, \eta_i) + \alpha f(x_i + \frac{\alpha}{\beta}h, \eta_i + \frac{\alpha}{\beta}hf(x_i, \eta_i)) \right] \\ \eta_0 = y_0 \end{cases}$$

e per quali valori dei parametri risulta del second'ordine.