

## Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria

6 giugno 2014

1. Si calcoli il numero di condizionamento rispetto alle norme con indice 1, 2 e  $\infty$  della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 5 \\ -x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 2 \\ -x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 = -10 \\ 2x_1 + 4x_2 = 4 \\ 2x_2 + 4x_3 = -8 \end{cases}$$

calcolare il determinante della matrice dei coefficienti mediante la fattorizzazione  $PA = LU$ .

3. Assegnati

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \beta & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & \beta & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

dire per quali valori del parametro reale  $\beta$  la matrice  $A$  è invertibile e per quali valori il metodo di Jacobi risulta convergente se applicato al sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . Posto  $\beta = 1$ , calcolare le prime due iterazioni del metodo di Jacobi, utilizzando il vettore iniziale  $\mathbf{x}^{(0)} = (0, 0, 0)^T$ .

4. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{1}{2}xy \\ y(0) = \frac{1}{2} \end{cases}, \quad x \in \mathbb{R},$$

dire se il problema è ben posto ed approssimarne la soluzione nel punto di ascissa  $x = 2$  mediante una formula alle differenze finite di ordine 2, utilizzando il passo  $h = 1$ .