

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria

25 giugno 2015

1. Sia $a = 0.09876$. Calcolare la differenza $c = a - b$ in un sistema in virgola mobile in base 10 e con 4 cifre significative per i seguenti tre valori di b

$$0.0001432, \quad 0.09873, \quad -0.000001.$$

Dopo avere memorizzato i dati, si calcoli l'errore relativo rispetto alla soluzione esatta per ciascuno dei tre valori ottenuti e si commentino i risultati.

2. Si calcoli la fattorizzazione $PA = LU$ della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 5 & 3 \\ 4 & 6 & 8 & 7 \\ 2 & 6 & 7 & 9 \\ 4 & 4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

e la si utilizzi per calcolare il determinante di A e la terza colonna della sua inversa.

3. Sia α un parametro reale e si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ 1 & \alpha & -1 \\ 0 & -1 & \alpha \end{bmatrix}.$$

Si dica per quali valori di α la matrice è invertibile e per quali è definita positiva. Si stabilisca, inoltre, per quali valori di α il metodo di Gauss-Seidel applicato al sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con $\mathbf{b} = [1, 0, 1]^T$ risulta essere convergente. Posto $\alpha = 2$, si calcolino infine le prime due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel usando il vettore iniziale $[0, 1, 0]^T$.

4. Dire se il seguente metodo alle differenze finite, dipendente da i parametri $\gamma, \delta \in \mathbb{R}$, è convergente

$$\begin{cases} \eta_{i+1} = \eta_i + \frac{h}{\gamma} \left[\delta f(x_i, \eta_i) + 5f(x_i + \frac{h}{\gamma}, \eta_i + \frac{h}{\gamma} f(x_i, \eta_i)) \right] \\ \eta_0 = y_0 \end{cases}$$

e per quali valori dei parametri risulta del second'ordine.