

## Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria

19 febbraio 2016

1. Siano  $a = 50.27$ ,  $b = 652.2$  e  $c = -702.4$ . Calcolare  $(a + b) + c$  e  $a + (b + c)$  in un sistema in virgola mobile in base 10 con 4 cifre significative e calcolare l'errore relativo delle due espressioni rispetto al risultato esatto, commentando i risultati.

2. Assegnati

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 & 9 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \\ 6 & 10 & 9 & 13 \\ 4 & 12 & 8 & 12 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 9 \\ 16 \end{bmatrix}$$

calcolare la fattorizzazione  $PA = LU$  ed utilizzarla per calcolare la soluzione del sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ , il determinante di  $A$  e la quarta colonna di  $A^{-1}$ .

3. Assegnata la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & \alpha \\ 0 & 0 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix},$$

dire per quali valori del parametro reale  $\alpha$  la matrice  $A$  risulta non singolare e per quali il metodo di Jacobi applicato al sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ , con  $\mathbf{b} = (3, 2, 4, 2)^T$ , risulta convergente. Fissato, inoltre,  $\alpha = 1$ , si calcolino le prime due iterate  $\mathbf{x}^{(1)}$  e  $\mathbf{x}^{(2)}$  del metodo di Gauss-Seidel applicato al sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ , a partire dal vettore iniziale  $\mathbf{x}^{(0)} = (0, 1, 0, 1)^T$ .

4. Classificare la seguente formula alle differenze finite per la risoluzione numerica di un problema di Cauchy

$$\begin{cases} \eta_{i+1} = \eta_i + \frac{h}{2\alpha} [3f(x_i, \eta_i) - f(x_i + \frac{\beta}{\alpha}h, \eta_i + \frac{\beta}{\alpha}hf(x_i, \eta_i))] \\ \eta_0 = y_0 \end{cases}$$

e discuterne la convergenza al variare dei parametri reali  $\alpha$  e  $\beta$ .