

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria

10 giugno 2016

1. Calcolare le somme $(a + b) + c$ e $a + (b + c)$, essendo

$$a = 2122, \quad b = 7877 \quad e \quad c = -7872,$$

in un sistema in virgola mobile $\mathbb{F}(\beta, t, L, U)$ con $\beta = 10$, $U = -L = 4$ e con $t = 4$ oppure $t = 3$. Commentare i risultati ottenuti.

2. Assegnata la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & \alpha & 0 \\ \alpha & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

si determini i valori del parametro reale α che rendono A singolare, quelli che la rendono definita positiva, e quelli per i quali risulta convergente il metodo di Gauss-Seidel applicato al sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $\mathbf{b} = (5, 6, 5)^T$. Posto $\alpha = 1$, si calcolino le prime due iterazioni del metodo di Jacobi, col vettore iniziale $\mathbf{x}^{(0)} = (0, 1, 0)^T$.

3. Dopo aver calcolato la fattorizzazione $PA = LU$ della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 13 & 6 & 11 \\ 8 & 4 & 4 & 10 \\ 16 & 2 & 4 & 6 \\ 8 & 4 & 7 & 17 \end{bmatrix},$$

la si utilizzi per risolvere il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $\mathbf{b} = (8, 8, 16, 8)^T$, e per determinare la seconda colonna di A^{-1} .

4. Classificare la seguente formula alle differenze finite per la risoluzione numerica di un problema di Cauchy

$$\begin{cases} \eta_{i+1} = \eta_i + \frac{h}{5} [2f(x_i, \eta_i) + f(x_i + \frac{h}{2}, \eta_i + \frac{h}{2}f(x_i, \eta_i)) + 2f(x_i + h, \eta_i + hf(x_i, \eta_i))] \\ \eta_0 = y_0 \end{cases}$$

e dire se il suo ordine di convergenza è almeno 2.