

Proposta di attivazione laboratorio:

Seminari avanzati di Analisi Numerica e Ricerca Operativa

A.A. 2005/06

Impegno: 20 ore + tesina, 2 CD

Docenti: Giuseppe Rodriguez, Paola Zuddas, Fabio Maggio (CRS4), Antonio Manca

(rodriguez@unica.it, zuddas@unica.it, maggio@crs4.it, amanca@unica.it).

Si tratta di un corso a carattere monografico che, dopo una breve introduzione teorica all'argomento prescelto, illustrerà l'applicazione pratica degli algoritmi numerici più all'avanguardia per la risoluzione dei problemi sotto indagine.

A seconda dell'argomento trattato si richiederà come prerequisito l'aver seguito uno o più dei seguenti corsi: *Calcolo Numerico*, *Matematica Applicata*, *Ricerca Operativa*.

Possibili argomenti sono:

- Applicazioni numeriche della *Discrete Fourier Transform* (DFT)
- Introduzione alla risoluzione numerica delle equazioni differenziali a derivate parziali (PDE)
- Modelli e strumenti per il supporto alle decisioni
- Ottimizzazione su reti: strumenti di calcolo e strutture dati
- Problemi ai minimi quadrati e tecniche di regolarizzazione
- Strumenti di calcolo e strutture dati

Verranno attivati uno o più di tali laboratori in base alle richieste degli studenti ed alla disponibilità dei docenti. In ogni caso ciascun corso verrà tenuto da un docente con una significativa esperienza di ricerca nel settore interessato.

Il riconoscimento dei crediti didattici (CD) avverrà in seguito alla frequenza al corso ed alla realizzazione di una tesina finale il cui argomento verrà concordato col docente.

Gli studenti interessati sono pregati di contattare i docenti con sufficiente anticipo. Informazioni aggiornate sono disponibili alla pagina web <http://bugs.unica.it/~gppe/did/ca/>.

Seminari avanzati di Analisi Numerica e Ricerca Operativa

Introduzione alla risoluzione numerica delle equazioni differenziali a derivate parziali (PDE)

Impegno: 20 ore + tesina, 2 CD

Prerequisiti: Calcolo Numerico, Matematica Applicata

Nel laboratorio verranno innanzitutto richiamati alcuni argomenti già introdotti nei corsi di Analisi Numerica e Matematica Applicata. In particolare, per quanto riguarda la risoluzione numerica delle equazioni differenziali ordinarie (ODE), il problema di Cauchy, consistenza, convergenza, assoluta stabilità e metodi multistep. Riguardo alle equazioni alle derivate parziali, verranno trattati i problemi ai limiti, il passaggio da una PDE al problema algebrico generato dalla sua discretizzazione, i problemi evolutivi.

Verrà presentata la formulazione alle differenze finite o, a seconda dal livello di preparazione degli studenti frequentanti e del loro indirizzo di studi, quella agli elementi finiti. Sarà infine illustrata l'applicazione degli schemi espliciti e impliciti per l'avanzamento in tempo (time-marching).

Il laboratorio comprenderà una significativa sperimentazione numerica nel corso della quale le tecniche studiate verranno applicate alla risoluzione di due importanti equazioni di riferimento.

Equazione di Poisson in 2D. Soluzione mediante differenze finite centrate o tramite elementi finiti lineari (P1 o Q1). Soluzione del sistema algebrico per fattorizzazione. Definizione e trattamento di un caso con soluzione analitica nota e calcolo dell'errore. Verifica dell'ordine di convergenza.

Equazione scalare delle onde in 2D. Discretizzazione spaziale come per il caso di Poisson, time-marching esplicito tramite differenze finite del II ordine. Ottimizzazione del prodotto matrice-vettore (compatibilmente con la disponibilità di tempo). Propagazione di onde da una sorgente puntiforme con contenuto in frequenza stabilito (tramite una funzione di Ricker), e opportuno dimensionamento della griglia di calcolo. Verifica della stabilità del codice condizionata dal rapporto tra dt e dx .

Seminari avanzati di Analisi Numerica e Ricerca Operativa

Modelli e strumenti per il supporto alle decisioni

Impegno: 20 ore + tesina, 2 CD

Prerequisiti: Ricerca Operativa.

Il laboratorio intende fornire gli strumenti per il trattamento di problemi di pianificazione e gestione del territorio, delle risorse, della produzione, del rischio, etc. in campo ambientale, della produzione, delle reti di distribuzione, idriche, traffico e trasporto, telecomunicazioni, etc.

Nel processo decisionale, le fasi fondamentali possono essere schematizzate nelle seguenti fasi: 1. identificazione del problema, 2. formulazione del modello, 3. analisi della struttura matematica del modello, 4. individuazione della tecnica risolutiva (algoritmo), 5. analisi della complessità computazionale, 6. individuazione, selezione e utilizzo dei codici risolutivi (software), 7. collaudo, analisi di stabilità e sensitività del modello.

Durante il laboratorio vengono trattate le fasi 1, 2, 6, 7, attraverso l'applicazione a problemi derivanti dai diversi settori dell'ingegneria a cui il laboratorio è rivolto. La fase 1 tratta la corretta identificazione del problema da esaminare individuandone l'ambito d'azione spaziale e temporale, i sintomi critici, i principali obiettivi, gli elementi di verifica, eventuali vincoli fisici, tecnologici, economici, etc. La fase 2 si occupa della formalizzazione del problema in termini di modello quantitativo. Questa fase rivela relazioni oggettive tra diversi aspetti del problema in esame, non facilmente individuabili da un'analisi informale. Il modello formale, inoltre, consente l'individuazione delle potenzialità analitiche e degli eventuali conflitti presenti nello studio. Garantisce la possibilità di verificare diverse alternative prima di agire direttamente sul territorio o sul sistema fisico in generale. Fornisce risposte oggettive e strumenti di supporto decisionale ai gestori dei sistemi. Consente l'utilizzo di tecniche di calcolo avanzate, senza presumere la conoscenza matematica e computazionale delle metodologie utilizzate. La fase 6 fornisce gli elementi essenziali per l'individuazione dei più affidabili siti web da cui scaricare, via internet, le informazioni sulla affidabilità dei software commerciali o, direttamente, il software di pubblico dominio più adatto alle esigenze del problema in esame. La fase 7 fornisce le chiavi di lettura dei risultati, anche dal punto di vista economico, e gli strumenti essenziali per operare una adeguata analisi di stabilità e sensitività del modello in modo da utilizzare all'ottimo le prestazioni del software utilizzato.

Gli studenti saranno guidati nella realizzazione di un progetto inerente il loro corso di studio. È prevista la possibilità di individuare il tema del progetto in collaborazione con docenti di indirizzo.

Seminari avanzati di Analisi Numerica e Ricerca Operativa

Ottimizzazione su reti: strumenti di calcolo e strutture dati

Impegno: 20 ore + tesina, 2 CD

Prerequisiti: Ricerca Operativa.

Obiettivo del laboratorio è quello di evidenziare la potenzialità delle strutture di grafi e reti di flusso quale strumento modellistico ed interdisciplinare per rappresentare efficacemente i diversi sistemi complessi, tra loro interagenti, che formano la Società. Per tali sistemi, sono individuabili diversi tipi di rete, da quella che realizza il sistema stesso (ad es. la rete fisica dei modelli di distribuzione, di produzione, di trasporto e traffico, etc.) a quella del sistema informativo che ne consente il corretto funzionamento. La grande quantità di informazione da gestire e i forti livelli competitivi tra i diversi operatori impone, ora più che mai, una forte capacità di utilizzo ottimale delle risorse disponibili ovvero l'individuazione di soluzioni ottimali dei vari problemi di pianificazione e gestione delle reti, delle infrastrutture e del personale.

Il laboratorio è costituito da due fasi. La prima fase fornisce una panoramica modellistica, e algoritmica sui sistemi a rete. Classificazione dei Modelli di ottimizzazione di flusso su reti: logistica, telecomunicazioni, servizi, organizzazione aziendale, produzione, trasporto, traffico, reti idriche, reti multiperiodo e dinamiche, scheduling. Modelli di Cammino Minimo, di Flusso Massimo, Flusso di Costo Minimo, Flusso Multicommodity.

La seconda fase fornisce gli strumenti per utilizzare, in modo consapevole ed efficace, il software attualmente disponibile anche attraverso l'individuazione dei più affidabili siti web da cui scaricare, via internet, le informazioni sulla affidabilità dei software commerciali o, direttamente, il software di pubblico dominio più adatto alle esigenze del problema in esame. Gli studenti sono guidati nella realizzazione di un progetto di ottimizzazione su rete inerente il loro corso di studio. È prevista la possibilità di individuare il tema del progetto in collaborazione con docenti di indirizzo.

Seminari avanzati di Analisi Numerica e Ricerca Operativa

Strumenti di calcolo e strutture dati

Impegno: 20 ore + tesina, 2 CD

Obiettivo del laboratorio è quello di evidenziare le fasi di passaggio dalla individuazione dell'algoritmo alla sua codifica e le strutture per l'organizzazione e la gestione dei dati.

Il laboratorio si sviluppa secondo il seguente schema:

1. introduzione alla schematizzazione strutturata di algoritmi (pre-programmazione);
2. complessità computazionale e ordini di grandezza;
3. implementazione: dallo schema dell'algoritmo al codice di calcolo (esempi in linguaggio C e/o C++);
4. specifiche e realizzazioni di strutture dati: liste, pile, code, alberi, insiemi, dizionari, code con priorità, grafi;
5. particolari realizzazioni: tabelle hash, heap, alberi bilanciati di ricerca, visite di alberi e grafi;
6. cammini minimi.

Il punto 1 si riferisce alla organizzazione di un algoritmo in mappa strutturale seguendo regole generali di tipo standard. Questo tipo di rappresentazione, ormai consolidata e che ha sostituito già da tempo la diagrammazione a blocchi, consente un'agevole traduzione in un linguaggio di programmazione strutturato indipendentemente dalle caratteristiche del linguaggio prescelto. Il punto 2 si riferisce all'analisi ed alla classificazione degli algoritmi dal punto di vista della loro efficienza in base al numero di operazioni ed alla dimensione delle istanze. Il punto 3 illustra, tramite semplici esempi, la traduzione da mappa strutturale a codice di calcolo utilizzando i linguaggi C e/o C++ e confrontando, per ciascun algoritmo, differenti tecniche implementative. I punti 4, 5 e 6 illustrano il ruolo cruciale, per l'efficienza complessiva degli algoritmi, dell'utilizzo di appropriate strutture dati. Vengono illustrate le regole e le funzioni di supporto delle strutture dati nelle fasi implementative di alcuni algoritmi.

Seminari avanzati di Analisi Numerica e Ricerca Operativa

Applicazioni numeriche della *Discrete Fourier Transform* (DFT)

Impegno: 20 ore + tesina, 2 CD

Prerequisiti: Calcolo Numerico

La trasformata di Fourier discreta (DFT) è uno strumento molto importante in molte moderne applicazioni della matematica, quali ad esempio l'analisi di segnali e, in particolare, di immagini, la compressione e il *denoising* di dati, la risoluzione di taluni tipi di sistemi lineari di grandi dimensioni, l'interpolazione e l'approssimazione di funzioni periodiche mono e multidimensionali, la risoluzione di equazioni differenziali e integrali, etc.

La diffusione della sua utilizzazione è principalmente dovuta all'introduzione, avvenuta negli anni '60, di un algoritmo a bassa complessità computazionale per la sua valutazione, la *Fast Fourier Transform* (FFT). Esso rende possibile in taluni casi l'elaborazione in tempo reale (sistemi di navigazione, trasmissione e processo di segnali vocali o televisivi) e consente di risolvere alcuni problemi di grandi dimensioni che risulterebbero altrimenti intrattabili.

Nel laboratorio saranno illustrati alcuni problemi nella cui risoluzione risulta fondamentale l'applicazione della DFT, e per ciascun problema verrà implementato un algoritmo ottimizzato basato sull'uso della FFT.

Problemi ai minimi quadrati e tecniche di regolarizzazione

Impegno: 20 ore + tesina, 2 CD

Prerequisiti: Calcolo Numerico

I metodi ai minimi quadrati intervengono nella risoluzione dei problemi *mal posti*, tali cioè da non presentare una ed una sola soluzione e una dipendenza continua della soluzione dai dati. Questa condizione si può verificare, ad esempio, a causa di una esuberanza o insufficienza nel numero dei dati, o del fatto che essi siano affetti da errori sperimentali, fenomeni estremamente frequenti nelle scienze applicate.

Inoltre, l'elevato condizionamento di taluni problemi, ossia la loro caratteristica di amplificare in modo eccessivo gli errori presenti sui dati, rende talvolta indispensabile l'applicazione di opportune tecniche, dette *di regolarizzazione*, al fine di ottenere una soluzione affidabile.

Nel laboratorio verranno introdotte le tecniche analitiche di base per i problemi ai minimi quadrati e per il trattamento di sistemi lineari fortemente mal condizionati, e verranno applicati alcuni degli algoritmi più all'avanguardia per la loro risoluzione numerica.