

## ESERCITAZIONE 2 del 15/10/2018

① Dimostrare che le funzioni trigonometriche

$$1, \cos(\omega x), \sin(\omega x), \dots, \cos(n\omega x), \sin(n\omega x),$$

sono mutuamente ortogonali in  $[0, T]$ ,  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , qualunque sia  $n \in \mathbb{N}$ .

② Si considerino le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & \alpha \\ 0 & -2 & 0 \\ -\alpha & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & \beta & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

Si determinino i valori dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$  che rendono  $A$  e  $B$  l'una l'inversa dell'altra e verificare che  $C$  sia una matrice ortogonale.

③ Assegnata la matrice

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -4 & -2 \\ -2 & -6 & -4 \\ -2 & -4 & -6 \end{bmatrix}$$

indicare lo spettro di  $A$  e il suo raggio spettrale.

④ Data la matrice

$$B = \begin{bmatrix} \beta & \alpha & 0 \\ \alpha & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{bmatrix}$$

dire per quali valori dei parametri reali  $\alpha$  e  $\beta$  la matrice  $B$  è non singolare e per quali è ortogonale.