SIAM Conference on Imaging Science
June 5-8, 2018 - Bologna - Italy - www.siam-is18.dm.unibo.it

SOLUZIONE

① $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$ $U = \begin{bmatrix} 18 & 6 & 6 & 12 \\ 0 & 11 & 10 & 8 \\ 0 & 0 & 6 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\det(A) = -1188$ $\underline{x} = [0, -1, 0, 1]^T$

② La matrice dei coefficienti è simmetrica ed è singolare per $\alpha = \pm\sqrt{\frac{8}{3}}$. Il metodo di Jacobi converge per $-\sqrt{\frac{8}{3}} < \alpha < \sqrt{\frac{8}{3}}$.

$\underline{x}^{(1)} = \left[\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 0\right]^T$ $\underline{x}^{(2)} = \left[\frac{5}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{4}{3}\right]$

③ A è ortogonale $\forall \theta \in \mathbb{R}$. Il suo raggio spettrale è $\rho(A) = 1$. $K_2(A) = 1$ perché ortogonale. $A^2 = I$ quindi $\underline{x} = \underline{b} = [1, -2, 0]^T$.

④ Il metodo è convergente per $\alpha = 2$. È del second'ordine per $\alpha = 2$ e $\beta = -\frac{5}{8}$. $m_1 = \frac{7}{8}$ e $m_2 = \frac{767}{640}$

⑤ Il metodo è stabile ma non consistente quindi non è convergente.