

Esercitazione 8 di Calcolo Scientifico e Metodi Numerici

28 novembre 2019

1. Determinare l'intervallo $[k, k + \frac{1}{2}]$ con k intero positivo che contenga la radice dell'equazione

$$-2 \cos(x) + 1 - x = 0,$$

e calcolare le prime due iterazioni del metodo di bisezione a partire dall'intervallo considerato. Si consideri poi l'equazione

$$(x + 1)(x - 2)^3 = 0$$

e si supponga che si voglia approssimare l'unica radice positiva con il metodo di Newton. Quale è il suo ordine di convergenza? Motivare opportunamente la risposta.

2. Si consideri la seguente equazione non lineare

$$g(x) = x^6 - 64.$$

Si determini l'intervallo $[k + 1/2, k + 3/2]$, dove k è un intero positivo, che contiene l'unica radice positiva dell'equazione data. Si calcolino quindi le prime due iterate del metodo di Newton, scegliendo come punto iniziale l'estremo destro dell'intervallo trovato. Si calcoli infine l'errore relativo sulla seconda iterata.

3. Determinare l'intervallo $[k, k + 1]$ che contenga la radice positiva dell'equazione

$$\cos(4x) - 2x - \frac{1}{4} = 0.$$

Calcolare le prime tre iterazioni del metodo di bisezione, a partire dall'intervallo trovato, e le prime due iterazioni del metodo di Newton, a partire dall'estremo sinistro dell'intervallo determinato. Dire qual è l'ordine di convergenza del metodo di bisezione.

Si calcolino infine le prime due iterazioni del metodo delle corde a partire dall'estremo sinistro dell'intervallo determinato e le prime due iterazioni del metodo delle secanti partendo da $x_0 = 0$ e $x_1 = \frac{1}{4}$.

4. Data l'equazione

$$\log(x) - \sin(x) = 0,$$

si determini l'intervallo $[k, k + 1]$, con k intero, che contiene la sua radice positiva e si indichi l'approssimazione che si ottiene applicando tre iterazioni del metodo di bisezione, partendo dall'intervallo determinato. Quale sarebbe stato l'ordine di convergenza del metodo di Newton?