

Nome e matricola:

Corso di studi:

Recupero prima prova intermedia di Matematica Applicata

2 febbraio 2015

1. Si ortonormalizzino i seguenti vettori mediante il procedimento di Gram-Schmidt

$$\mathbf{w}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

2. Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \alpha & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/4 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & -1/8 & 1/4 \end{bmatrix}$$

dove α è un parametro reale. Si dica per quali valori di α la matrice A è invertibile e si calcoli al variare di α la norma di A con indice 1 e ∞ , lo spettro di A e il raggio spettrale di A . Infine, fissato il valore di α che rende A l'inversa di B , si determini motivando la risposta il raggio spettrale di B e il determinante della matrice $C = BA^2$.

3. Risolvere, ricorrendo alla serie di Fourier, la seguente equazione differenziale nell'intervallo $[-4, 4]$

$$-y'' + \sqrt{\pi}y = f(x), \quad f(x) = \begin{cases} x + 4, & -4 \leq x < -2, \\ 2, & -2 \leq x < 2, \\ 4 - x, & 2 \leq x < 4, \\ f(x + 8), & x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Dire infine se $f(x)$ è differenziabile termine a termine.

4. Eseguire i seguenti calcoli

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{e^{-2ix}}{x^2 + 6x + 12} \right\}, \quad \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{i(k-3)}{16 + (k-3)^2} \right\}.$$

5. Risolvere, ricorrendo alla trasformata di Fourier, la seguente equazione differenziale

$$-y'' + \pi y = H(x-3) - H(x-4), \quad x \in \mathbb{R}.$$