

Nome e matricola:

Corso di studi:

Prova scritta di Matematica Applicata

17 settembre 2015

1. Si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

e si calcoli la sua norma con indice 1 e ∞ . Si ricavi, inoltre, la fattorizzazione $PA = LU$ della matrice A e la si utilizzi per calcolare il determinante di A .

2. Si consideri il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dove

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \alpha & 0 \\ \alpha & 2 & \beta \\ 0 & \beta & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Si dica quale è la condizione che i parametri devono verificare affinché la matrice A sia invertibile. Si stabilisca, inoltre, quale è la relazione che i parametri α e β devono soddisfare affinché il metodo di Jacobi sia convergente. Fissati $\alpha = \beta = 1$, si calcolino quindi le prime due iterate del metodo di Jacobi a partire da $\mathbf{x}^{(0)} = [1, 1, 0]^T$.

3. Trasformare il seguente problema in un sistema di equazioni differenziali del primo ordine

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = x, \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 2 \end{cases}$$

e applicare ad esso il metodo di Eulero per approssimare la sua soluzione nei punti $x_1 = 1/2$ e $x_2 = 1$ con passo $h = 1/2$.

4. Risolvere ricorrendo alla serie di Fourier, la seguente equazione differenziale nell'intervallo $[-3, 3]$

$$3y'' + 2y = \sin x.$$

5. Eseguire i seguenti calcoli:

$$[H(x+3) - H(x-5)] * e^{4x} H(-x), \quad \mathcal{F} \left\{ \frac{\sin 5x}{7xe^{2ix}} \right\}.$$