

Nome e matricola: .....

Corso di studi: .....

**Recupero prima prova intermedia di Matematica Applicata**

29 gennaio 2016

1. Calcolare le norme 1, 2,  $\infty$  dei seguenti vettori

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

e ortonormalizzarli mediante il procedimento di Gram-Schmidt.

2. Si determini, al variare del parametro  $\theta \in \mathbb{R}$  lo spettro della seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Si calcoli, inoltre, per quali valori del parametro  $\theta \in \mathbb{R}$  la matrice è ortogonale e per quali è invertibile. Sia ora  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Si dica, motivando la risposta, se è possibile effettuare i prodotti  $b^T A$ ,  $bA$ ,  $A^2$ . Discutere, quindi, l'invertibilità delle eventuali matrici risultanti da tali prodotti.

3. Sviluppare in serie di Fourier la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{\pi}(x + \frac{\pi}{2}), & x \in [-\pi, -\frac{\pi}{2}], \\ \cos(x), & x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \\ \frac{2}{\pi}(x - \frac{\pi}{2}), & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi]. \end{cases}$$

4. Eseguire i seguenti calcoli:

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{3x \sin 6x}{16x^2 + 3} \right\}, \quad (H(x+3) - H(x-4)) * (e^{-3|x|})$$

dove  $H$  denota la funzione di Heaviside.

5. Risolvere, ricorrendo alla trasformata di Fourier, la seguente equazione differenziale nell'intervallo  $[-\infty, \infty]$

$$2y'' - y = \delta(x - 3).$$