Laboratorio di
CALCOLO SCIENTIFICO E METODI NUMERICI
A.A. 2018/2019

docente: Dott.ssa Luisa Fermo

Laboratorio 9 del 13-14 dicembre 2018 - Interpolazione polinomiale -

Esercizio 1 Usando il comando help del Matlab, apprendere il funzionamento dei comandi polyval, polyfit per determinare il polinomio interpolante una generica funzione f.

Esercizio 2 Scrivere una function denominata polinter che costruisce (mediante i comandi polyval, polyfit) il polinomio di grado n interpolante la funzione di Runge

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \qquad x \in [a,\, b]$$

e rappresenti graficamente la funzione e il polinomio.

Si preveda tra i parametri di input una variabile che se assume

- valore 1, sceglie come nodi di interpolazione $n+1$ nodi equispaziati nell'intervallo $[a, b]$;
- valore 2, sceglie come nodi di interpolazione gli $n+1$ nodi di Chebychev. Questi ultimi sono definiti come

  $$t_i = -\cos\left(\frac{2i+1}{n+1}\,\frac{\pi}{2}\right), \qquad i = 0, 1, ..., n$$

  se $[a, b] = [-1,\, 1]$. Se $[a, b] \neq [-1,\, 1]$, è sufficiente effettuare la seguente traslazione

  $$x_i = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} t_i, \qquad i = 0, ..., n.$$

Si esegua l'algoritmo fissando come intervallo $[a, b]$, l'intervallo $[-5, 5]$ e come grado del polinomio $n = 8, 32$. Commentare quindi i risultati che si ottengono sia se si considerano i nodi equispaziati sia se si considerano i nodi di Chebychev.

Esercizio 3 Scrivere una function denominata Lagrange che costruisce il polinomio di Lagrange di grado n interpolante la funzione f

$$\mathcal{L}(f, x) = \sum_{k=1}^{n+1} \ell_k(x) f(x_k),$$

dove x_k sono i nodi equispaziati nell'intervallo $[a,\, b]$ oppure gli x_k sono i nodi di Chebychev e

$$\ell_k(x) = \prod_{\substack{j=1 \\ k\neq j}}^{n+1} \frac{(x - x_j)}{(x_k - x_j)}.$$

Si calcoli l'errore assoluto $E(f) = \|f - \mathcal{L}(f)\|_\infty$ e si costruisca il grafico del polinomio di Lagrange e della funzione f . Commentare i risultati ottenuti al variare della scelta dei nodi di interpolazione e al variare del grado del polinomio (ad esempio $n = 8, 128$) nel caso in cui $f(x) = x^2$ con $x \in [-1,\, 1]$.