

Tutorato di Matematica Applicata

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Biomedica e Ingegneria Chimica

Esercitazione 6 (07/10/2021)

1. Si considerino i seguenti vettori

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Si dica se \mathbf{v}_1 è ortogonale al vettore \mathbf{v}_2 e si calcoli la norma 1, 2 e ∞ di \mathbf{v}_3 . Si costruisca mediante il procedimento di Gram-Schmidt l'insieme di vettori ortonormali $\{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3\}$ a partire dai vettori dati.

Si calcoli la matrice $A = \mathbf{v}_3 \mathbf{v}_2^T$ e si dica quanto vale il suo determinante.

2. Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} 2\alpha & 1 & 0 \\ 1 & 2\alpha & 1 \\ 0 & 1 & 2\alpha \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3\beta & -1/2 & \beta \\ -1/2 & 1 & -1/2 \\ \beta & -1/2 & 3\beta \end{bmatrix}$$

dove α e β sono parametri reali. Determinare i valori di α che rendono invertibile la matrice A e, fissato $\alpha = 1$, i valori di β che rendono B l'inversa di A . Per gli stessi valori dei parametri, determinare lo spettro di A e il raggio spettrale di A , B e A^3 . Si calcoli infine la norma ∞ del vettore $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$, dove $\mathbf{x} = (2, i, 1 + i)^T$.

3. Risolvere, ricorrendo alla serie di Fourier, le seguenti equazioni differenziali

$$y'' + 5y = f(x), \quad y' + 5y = f(x), \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

essendo

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -\frac{\pi}{2} \leq x < -\frac{1}{2} \\ \cos(\pi x) + 1 & -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \leq x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4. Eseguire i seguenti calcoli:

$$\mathcal{F}\left\{\frac{\sin(3x-2)}{3x-2}\right\} \quad \mathcal{F}\left\{(5x+2)e^{-3x}H(x)\right\}$$

5. Risolvere, ricorrendo alla trasformata di Fourier, la seguente equazione differenziale

$$-y'' + \pi y = H(x-3) - H(x-4)$$