

**TUTORATO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA**

A.A. 2022/2023

DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO

TUTOR: VALERIO LOI

Esercitazione 6

Alcuni esercizi della I prova intermedia e norme di matrici

Esercizio 1

Si considerino le seguenti matrici:

$$A = \begin{bmatrix} \gamma & -2 & 0 \\ -2 & \gamma & -2 \\ 0 & -2 & \gamma \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3/8 & 1/4 & 1/8 \\ \delta & 1/2 & \delta \\ 1/8 & 1/4 & 3/8 \end{bmatrix}, \quad Q = I - 2ww^T,$$

dove γ e δ sono parametri reali, I è la matrice identità e $w = (\sqrt{2}/2, 0, \sqrt{2}/2)$. Dire per quali valori di γ A è non-singolare e per quali valori i suoi autovalori sono positivi. Si fissi ora $\gamma = 4$. Determinare lo spettro e il raggio spettrale di A e gli autovalori di A^2 . Determinare inoltre i valori di δ che rendono B l'inversa di A .

Verificare infine che $QQ^T = I$ e calcolare $M = (AQ)^{-1}$

Esercizio 2

Risolvere, ricorrendo alla serie di Fourier, la seguente equazione differenziale:

$$-y' + 3y = f(x), \quad x \in [-2, 2],$$

essendo

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2 & \text{se } -2 \leq x \leq -1 \\ -1 & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ 1 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 2 - x & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

si dica inoltre se la serie del termine noto è differenziabile termine a termine.

Esercizio 3

Calcolare le norme 1,2 e infinito delle seguenti matrici:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix},$$