

TUTORATO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA

A.A. 2022/2023

DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT. VALERIO LOI

Esercitazione 7 del 01/12/2022

Condizionamento di matrici e risoluzione di sistemi lineari

Esercizio 1

Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}.$$

Si dimostri che la matrice B è ortogonale e si determini il condizionamento di A e di B con indice 1, 2, ∞ .

Esercizio 2

Si considerino le seguenti matrici

$$R = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \alpha \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/10 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

dove α è un parametro reale. Si dica se Q è ortogonale e si calcoli i valori del parametro α per cui S è inversa di R . Si calcoli il suo numero di condizionamento in norma 1, 2 e ∞ delle matrici R e S . Si risolva, nel modo più conveniente, il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con $\mathbf{b} = [4, 10, 2]^T$ a $A = RQ$.