## TUTORATO DELLE LEZIONI DI MATEMATICA APPLICATA

A.A. 2022/2023

DOCENTE: PROF.SSA LUISA FERMO TUTOR: DOTT. VALERIO LOI

Esercitazione 8 del 15/12/2022 Risoluzione di sistemi lineari

Esercizio 1 Si calcoli la fattorizzatione PA = LU della matrice dei coefficienti del sistema

$$\begin{cases}
-2x_1 - x_2 - x_4 = 1 \\
-4x_1 = 4 \\
8x_1 + 8x_2 - 8x_3 + 8x_4 = -8 \\
2x_1 + 2x_3 + 2x_4 = 2
\end{cases}$$

e la si usi per risolvere il sistema, calcolare il determinante della matrice e calcolare la terza colonna dell'inversa di A.

## Esercizio 2

Si consideri il seguente sistema

$$\begin{cases} \alpha x_1 + \frac{\alpha}{3} x_3 = 4\\ \alpha x_2 + \frac{1}{3} x_3 = 3\\ \frac{\alpha}{3} x_1 + \frac{1}{3} x_2 + \alpha x_3 = 1 \end{cases}$$

dove  $\alpha$  è un parametro reale. Si dica per quali valori di  $\alpha$  la matrice dei coefficienti è non singolare e si studi la convergenza del metodo di Gauss-Seidel al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Posto  $\alpha = \frac{1}{5}$ , si calcolino le prime due iterate del metodo di Jacobi, a partire da  $\mathbf{x}^{(0)} = [0,1,0]^T$ . Se  $\alpha = 3$  è possibile dedurre delle informazioni a priori sulla convergenza di Jacobi?

Esercizio 3 Si consideri il sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  dove

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \alpha & \alpha \\ \alpha & 3 & 0 \\ \alpha & 0 & 3 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 16 \end{bmatrix}.$$

Tutorato 2

Si stabilisca per quali valori del parametro  $\alpha$  la matrice A è invertibile e si studi la convergenza del metodo di Jacobi al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Posto  $\alpha = 1$ , si calcolino le prime due iterate del metodo di Gauss Seidel, a partire da  $\mathbf{x}^{(0)} = [1,0,1]^T$ .