

TUTORATO DELLE LEZIONI DI  
**MATEMATICA APPLICATA**  
CORSI DI LAUREA IN CHIMICA E MECCANICA  
A.A. 2016/2017  
DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO  
TUTOR: DOTT. FRANCESCO ARRAI

*Esercitazione 10 del 16/12/2016, ore 14:00-16:00 Aula Q*  
*Analisi di metodi numerici per ODE del primo ordine*

**Esercizio 1 [tratto dalla prova d'esame del 23/03/2016]**

Dire per quali valori dei parametri  $\alpha \in \mathbb{R}$  il seguente metodo alle differenze finite è stabile, per quali è convergente e per quali è del secondo ordine

$$\eta_{k+1} = \eta_k + h \left[ \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) f(x_k, \eta_k) + \frac{\alpha}{3} f(x_k + h, \eta_k + hf(x_k, \eta_k)) \right].$$

Fissato uno di questi valori, applicare il precedente metodo per calcolare le prime due iterate del seguente problema di Cauchy con passo  $h = 1/2$

$$\begin{cases} y' = -2xy + 1 & x \in [0, 4] \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

**Esercizio 2 [tratto dalla prova d'esame del 29/01/2016]**

Dire per quali valori dei parametri  $\alpha, \beta$  reali positivi il seguente metodo alle differenze finite è stabile, per quali è convergente del secondo ordine

$$\eta_{k+1} = \eta_k + h \left[ \left(2 - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{3}\right) f(x_k, \eta_k) + \frac{\alpha}{3} f(x_k + \alpha h, \eta_k + \alpha h f(x_k, \eta_k)) \right].$$

Stabilire, inoltre, al variare di  $\gamma \in \mathbb{R}$ , se il seguente metodo multistep è stabile

$$\eta_{k+1} = 2\eta_k - (1 + 4\gamma^2)\eta_{k-1} + h \left[ (2 - \gamma) \frac{3}{2} f(x_k, \eta_k) + \frac{\gamma}{2} f(x_{k-1}, \eta_{k-1}) \right].$$

**Esercizio 3 [tratto dalla prova d'esame del 31 gennaio 2014]**

Dire per quali valori dei parametri  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  il seguente metodo alle differenze finite è stabile, per quali è convergente e per quali è del secondo ordine

$$\eta_{k+1} = \eta_k + \frac{h}{\alpha + 2} [f(x_k, \eta_k) + 2f(x_k + \beta h, \eta_k + \beta h f(x_k, \eta_k))].$$

Stabilire, inoltre, al variare di  $\gamma \in \mathbb{R}$ , se il seguente metodo multistep è stabile

$$\eta_{k+1} = -\gamma\eta_k + 2(2 + \gamma)\eta_{k-1} + h [f(x_k, \eta_k) - f(x_{k-1}, \eta_{k-1})].$$