

TUTORATO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA

A.A. 2017/2018

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT. MASSIMILIANO VENTRONI

Esercitazione 10 del 08/01/2018

Esercizio 1 [tratto dalla prova d'esame del 25 giugno 2015]

Trasformare il seguente problema del secondo ordine in un sistema del primo ordine

$$\begin{cases} y'' = y' + y + x, & x \in [0, 2] \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$$

e utilizzare il metodo di Eulero esplicito con passo $h = \frac{1}{2}$ per approssimare la sua soluzione nel punto $x = \frac{3}{2}$.

Esercizio 2 [tratto dalla prova d'esame del 2 febbraio 2015]

Si consideri il seguente schema alle differenze finite dove α, β sono due parametri reali positivi

$$\eta_{k+1} = \eta_k + \frac{2}{\alpha - 1} h \left[f(x_k, \eta_k) + f \left(x_k + \frac{\beta^2}{2} h, \eta_k + \frac{\beta^2}{2} h f(x_k, \eta_k) \right) \right].$$

Si dica per quali valori di α e β il metodo è stabile, per quali è convergente del primo ordine e per quali è convergente del secondo ordine. Stabilire, inoltre, al variare di $\gamma \in \mathbb{R}$, se il seguente metodo multistep è stabile

$$\eta_{k+1} = (1 + \gamma)\eta_k + h \left[(1 + \gamma^2)f(x_k, \eta_k) + (\gamma - 1)f(x_{k-1}, \eta_{k-1}) \right].$$

Esercizio 2 [tratto dalla prova d'esame del 13 gennaio 2017]

Calcolare la serie di Fourier della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -1 \leq x < -1/2, \\ \sin(\pi x), & -1/2 \leq x < 1/2, \\ 1, & 1/2 \leq x < 1. \end{cases}$$