Tutorato delle lezioni di
MATEMATICA APPLICATA
Corsi di Laurea in Chimica e Meccanica
A.A. 2016/2017
docente: Dott.ssa Luisa Fermo
tutor: Dott. Francesco Arrai

Esercitazione 1 del 6/10/2016, ore 14:00-16:00 Aula C
Algebra lineare

Esercizio 1 Calcolare la norma 1,2, ∞ dei seguenti vettori:

$$v_1 = [7, 1, \sqrt{10}], \qquad v_2 = [2 + i, 3 - i, 1].$$

Esercizio 2 [tratto dalla prima prova intermedia di Matematica Applicata del 19/11/2015, compito numero 2]
A partire dai seguenti vettori

$$\mathbf{w}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

si crei mediante il procedimento di Gram-Schmidt una base di vettori ortonormali $\mathcal{B} = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$. Si consideri poi la matrice $A = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3]$, si dica se questa è ortogonale e si indichi la sua inversa.

Esercizio 3 [tratto dalla prima prova intermedia di Matematica Applicata del 14/11/2013, compito numero 1]
Si consideri il vettore $\mathbf{w} = (\alpha, 0, 1)^T$ dipendente dal parametro reale α. Costruita la matrice $A = I - 2\mathbf{w}\mathbf{w}^T$, si dica per quali valori di α la matrice è singolare e per quali valori le sue tre colonne sono ortogonali. Fissato il valore $\alpha = 2$ si calcoli la norma con indice 1, 2 e ∞ delle tre colonne e si determini lo spettro della matrice.

Esercizio 4 [tratto dal recupero della prima prova intermedia di Matematica Applicata del 31/01/2014]

Assegnate le matrici

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ -a & a & 0 & 0 \\ a & -1 & a & 0 \\ -a & b & -b & a \end{bmatrix},$$

si determinino i valori dei parametri a e b che rendono la matrice M l'inversa di L. Si consideri poi $A = LL^T$ e, sfruttando i calcoli fatti e motivando la risposta, si calcoli $\det(A)$, $\det(A^3)$ e A^{-1}. Infine, posto $\mathbf{u} = (-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4})^T$ e $\mathbf{v} = L\mathbf{u}$, si calcoli $\|\mathbf{v}\|_1$, $\|\mathbf{v}\|_2$ e $\|\mathbf{v}\|_\infty$.