Tutorato delle lezioni di

MATEMATICA APPLICATA

A.A. 2017/2018

docente: Dott.ssa Luisa Fermo

tutor: Dott. Massimiliano Ventroni

Esercitazione 1 del 6/10/2017

Algebra lineare

Esercizio 1 Calcolare la norma 1,2, ∞ dei seguenti vettori:

$$v_1 = [5, 1, \sqrt{3}], \qquad v_2 = [i, 2 + 3i, -i, -2].$$

Esercizio 2 [tratto dalla prima prova intermedia di Matematica Applicata del 15/11/2016, compito numero 1]
A partire dai seguenti vettori

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

si costruisca, mediante il procedimento di Gram-Schmidt, l'insieme di vettori ortonormali $\{q_1,\, q_2,\, q_3\}$. Si consideri poi la matrice $A = [q_1, q_2, q_3]$. Dopo aver calcolato $B = A^T A$, si dica se la matrice A è invertibile e si indichi la sua inversa.

Esercizio 3 [tratto dalla prima prova intermedia di Matematica Applicata del 15/11/2016, compito numero 1]
Si consideri il vettore $\mathbf{v} = [0, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}]^T$ e si calcoli la sua norma ∞, 1 e 2. Si considerino poi le matrici

$$A = I - 2\mathbf{v}\mathbf{v}^T, \qquad B = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & \beta \\ 0 & \beta & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

Si determini il valore del parametro β che rende B l'inversa della matrice A, si dica se C è una matrice ortogonale e si indichi la sua inversa. Si calcoli lo spettro e il raggio spettrale della matrice A e si determini, nel modo più conveniente e motivando la risposta, quali sono gli autovalori di B e di B^2 se a β si assegna il valore trovato.

Esercizio 4
Assegnate le matrici

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ -a & a & 0 & 0 \\ a & -1 & a & 0 \\ -a & b & -b & a \end{bmatrix},$$

e si determinino i valori dei parametri a e b che rendono la matrice M l'inversa di L. Si calcoli det(L) e $det(L^{-1})$. Infine, posto $u = (-1, 1/2, -1/3, -1/4)^T$ e $v = Lu$ calcolare $\|v\|_1$, $\|v\|_\infty$, $\|v\|_2$.