

**TUTORATO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA**

A.A. 2017/2018

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT. MASSIMILIANO VENTRONI

Esercitazione 3 del 20/10/2017

Serie di Fourier

Esercizio 1 [tratto dalla prova d'esame del 24/07/2017]

Risolvere, facendo ricorso alle serie di Fourier, la seguente equazione differenziale

$$4y'' + y = f(x), \quad f(x) = \begin{cases} 1, & -2 \leq x < -1, \\ -x, & -1 \leq x < 1, \\ -1, & 1 \leq x < 2. \end{cases}$$

Soluzione.

$$S_f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi(1 - k^2\pi^2)} \left[(-1)^k - \frac{2}{k\pi} \sin k\frac{\pi}{2} \right] \sin \left(\frac{k\pi}{2}x \right).$$

Esercizio 2 [Tratto dalla Prima prova Intermedia del 15 novembre 2016]

Risolvere, ricorrendo alla serie di Fourier, la seguente equazione differenziale nell'intervallo $[-3, 3]$

$$7y' - y = f(x), \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(3 + x), & -3 \leq x < 0, \\ \frac{1}{3}(x - 3), & 0 \leq x < 3. \end{cases}$$

Soluzione.

$$S_y(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{14}{3(1 + \frac{49}{9}k^2\pi^2)} \right) \cos \left(\frac{k\pi}{3}x \right) + \left(\frac{2}{k\pi(1 + \frac{49}{9}k^2\pi^2)} \right) \sin \left(\frac{k\pi}{3}x \right).$$

Esercizio 3

Risolvere, ricorrendo alla serie di Fourier, la seguente equazione differenziale nell'intervallo $[-1, 1]$

$$y'' + 3y'(x) + y(x) = \sin(4x).$$

Esercizio 4

Risolvere, ricorrendo alla serie di Fourier, la seguente equazione differenziale nell'intervallo $[-3, 3]$

$$y'' - 2y'(x) + y(x) = f(x), \quad f(x) = \begin{cases} 1, & -3 \leq x < 0, \\ 2x, & 0 \leq x < 3. \end{cases}$$

Esercizio 5

Risolvere, ricorrendo alla serie di Fourier, la seguente equazione differenziale nell'intervallo $[-3, 3]$

$$y'' + y(x) = f(x), \quad f(x) = \begin{cases} 1, & -3 \leq x < 0, \\ 2x, & 0 \leq x < 3. \end{cases}$$

Soluzione.

$$S_y(x) = 2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{54((-1)^k - 1)}{k^2\pi^2(9 - k^2\pi^2)} \right) \cos\left(\frac{k\pi}{3}x\right) - \left(\frac{9(1 + 5(-1)^k)}{k\pi(9 - k^2\pi^2)} \right) \sin\left(\frac{k\pi}{3}x\right).$$