

TUTORATO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA

A.A. 2017/2018

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT. MASSIMILIANO VENTRONI

Esercitazione 4 del 27/10/2017

Trasformate di Fourier

Esercizio 1 [tratto dalla prima prova intermedia del 21 novembre 2014]

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{e^{3ix}}{x^2 - 6x + 12} \right\}, \quad \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\sin(2k + 6)}{e^{-2ik}(k + 3)} \right\}.$$

Soluzione.

$$F(k) = \frac{\pi}{\sqrt{3}} e^{-3i(k-3)} e^{-\sqrt{3}|k-3|}$$

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-3i(x+2)} [H(x+4) - H(x)]$$

Esercizio 2 [tratto dalla prova d'esame del 30 aprile 2015]

$$\mathcal{F} \left\{ \sin\left(\frac{x}{4}\right) e^{3x} H(-x) \right\}, \quad \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{e^{2ik}}{\sqrt{2} - i(k-1)} \right\},$$

dove $H(x)$ denota la funzione di Heaviside.

Soluzione.

$$F(k) = \frac{1}{2i} \left[\frac{1}{3 - i(k - \frac{1}{4})} - \frac{1}{3 - i(k + \frac{1}{4})} \right]$$

$$f(x) = e^{i(x+2)} e^{\sqrt{2}(x+2)} H(-x-2)$$

Esercizio 3 [tratto dalla prova d'esame del 21 febbraio 2017]

Eseguire i seguenti calcoli:

$$\mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{e^{-2ik}}{k^2 + 4k + 6} \right\}, \quad \mathcal{F} \left\{ \frac{\cos(x-4)}{(x-4)^2 + 1} \right\}.$$

Soluzione.

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}}{4} e^{-2i(x-2) - \sqrt{2}|x-2|} \quad F(k) = \frac{\pi}{2} e^{-4ik} (e^{-|k-1|} + e^{-|k+1|})$$

Esercizio 4

Eeguire la convoluzione $f * g$ nel caso in cui:

$$f(x) = e^{-x} H(x), \quad g(x) = H(x+4) - H(x-6).$$

Soluzione.

$$(f * g)(x) = \begin{cases} 0, & x < -4 \\ e^x(e^x - e^{-4}), & x \in [-4, 6] \\ e^{-x}(e^6 - e^{-4}), & x > 6 \end{cases}$$