

TUTORATO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA

A.A. 2017/2018

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT. MASSIMILIANO VENTRONI

Esercitazione 5 del 3/11/2017

Trasformate di Fourier

Esercizio 1

Eseguire i seguenti calcoli

$$\mathcal{F} \{ e^{-|2x| \cos \pi x} * e^{-x} H(x-5) \}, \quad \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{-k^2 - ik - \frac{3}{4}} \right\}.$$

Soluzione.

$$F(k) = \frac{e^{-5(1+ik)}}{2(1+ik)} \frac{k^2 + \pi^2 + 4}{k^2 + \pi^2 + 2 + (k^2 - \pi^2)^2}$$
$$f(x) = -\frac{1}{2} [e^{-\frac{x}{2}} H(x) + e^{\frac{3}{2}x} H(-x)]$$

Esercizio 2

Risolvere, ricorrendo alla trasformata di Fourier, la seguente equazione differenziale nell'intervallo $(-\infty, +\infty)$

$$3y'' - y = H(x+1) - H(x-3)$$

dove $H(x)$ denota la funzione di Heaviside.

Soluzione.

$$y(x) = \frac{1}{2} \begin{cases} e^{\frac{\sqrt{3}(x-3)}{3}} - e^{\frac{\sqrt{3}(x-1)}{3}} & x < -1 \\ e^{\frac{\sqrt{3}(x-3)}{3}} + e^{-\frac{\sqrt{3}(x+1)}{3}} - 2 & -1 \leq x \leq 3 \\ e^{-\frac{\sqrt{3}(x+1)}{3}} - e^{\frac{\sqrt{3}(3-x)}{3}} & x > 3 \end{cases}$$

Esercizio 3

Risolvere, ricorrendo alla trasformata di Fourier, la seguente equazione differenziale nell'intervallo $(-\infty, +\infty)$

$$y' + 3y = e^{-4x}H(x)$$

dove $H(x)$ denota la funzione di Heaviside.

Soluzione.

$$y(x) = e^{-3x}(1 - e^{-x})H(x).$$