

TUTORATO DELLE LEZIONI DI  
**MATEMATICA APPLICATA**  
CORSI DI LAUREA IN CHIMICA E MECCANICA  
A.A. 2016/2017

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT. FRANCESCO ARRAI

*Esercitazione 7 del 25/11/2016, ore 14:00-16:00 Aula U*  
*Algebra lineare*

**Esercizio 1 [tratto dalla prova del 14 gennaio 2016]**

Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1/\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 3\beta & -\beta \\ 0 & -\beta & 2\beta \end{bmatrix}$$

dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono due parametri reali. Si stabilisca per quali valori del parametro  $\alpha$  la matrice  $A$  è invertibile e per quali la matrice  $A$  è definita positiva. Si calcoli per quali valori di  $\beta$   $B$  è la matrice inversa di  $A$ . Fissato, quindi, un tale valore si determini al variare di  $\alpha$  il condizionamento di  $A$  con indice 1, 2,  $\infty$ .

**Esercizio 2 [tratto dalla prova del 2 febbraio 2015]**

Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \beta & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1/2 & -\beta/4 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & -\beta/8 & 1/4 \end{bmatrix}$$

dove  $\beta$  è un parametro reale. Si dica per quali valori di  $\beta$  la matrice  $A$  è invertibile, per quali è definita positiva e per quali valori di  $\beta$  la matrice  $B$  è l'inversa di  $A$ . Si calcoli, infine, al variare di  $\beta$  l'indice di condizionamento di  $A$  con indice 1 e  $\infty$ .

**Esercizio 3 [tratto dalla prova intermedia di Matematica Applicata del 15/01/2015]**

Si considerino le seguenti matrici

$$Q = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \\ -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad A = QR.$$

Si dimostri che  $Q$  è ortogonale e si calcoli il suo numero di condizionamento in norma 1, 2 e  $\infty$ . Si dica, motivando la risposta, se  $R$  è invertibile e se è definita positiva. Si risolva, nel modo più conveniente, il sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  con  $\mathbf{b} = [1, 1, 1]^T$ .

**Esercizio 4 [tratto dalla prova intermedia di Matematica Applicata del 10/01/2014]**

Si consideri la matrice  $A = I - \rho\mathbf{w}\mathbf{w}^T$  dove  $\mathbf{w} = [3, 1, 1]^T$  e  $\rho = \frac{2}{\mathbf{w}^T\mathbf{w}}$ . Si dica se la matrice  $A$  è simmetrica e/o ortogonale. Si calcoli poi il condizionamento in norma 1, 2 e  $\infty$  della matrice e si risolva nel modo più efficiente possibile, motivando la risposta, il sistema  $A^3\mathbf{x} = \mathbf{w}$ . Teoricamente cosa si può dire sul determinante di  $A^2$ ?