

TUTORATO DELLE LEZIONI DI  
**MATEMATICA APPLICATA**

A.A. 2017/2018

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT. MASSIMILIANO VENTRONI

*Esercitazione 7 del 24/11/2017*

*Condizionamento di matrici*

**Esercizio 1 [tratto dalla prova d'esame del 14 gennaio 2016]**

Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1/\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 3\beta & -\beta \\ 0 & -\beta & 2\beta \end{bmatrix}$$

dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono due parametri reali. Si stabilisca per quali valori del parametro  $\alpha$  la matrice  $A$  è invertibile e per quali la matrice  $A$  è definita positiva. Si calcoli per quali valori di  $\beta$   $B$  è la matrice inversa di  $A$ . Fissato, quindi, un tale valore si determini al variare di  $\alpha$  il condizionamento di  $A$  con indice 1, 2,  $\infty$ .

**Esercizio 2 [tratto dalla prova scritta del 15 gennaio 2015]**

Si considerino le seguenti matrici

$$Q = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \\ -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad A = QR.$$

Si dimostri che  $Q$  è ortogonale e si calcoli il suo numero di condizionamento in norma 1, 2 e  $\infty$ . Si dica, motivando la risposta, se  $R$  è invertibile e se i suoi autovalori sono positivi. Si risolva, nel modo più conveniente, il sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  con  $\mathbf{b} = [1, 1, 1]^T$ .

**Esercizio 3**

Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha & 1 \\ -\alpha & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix},$$

dove  $\alpha$  è un parametro reale. Si dica per quali valori di  $\alpha$  la matrice è non singolare e si calcoli, al variare del parametro  $\alpha$  l'indice di condizionamento di  $A$  in norma 1 e  $\infty$ . Si fissi poi  $\alpha = 1$ . Si dica se  $A$  è definita positiva e si calcoli l'indice di condizionamento di  $A$  in norma 2.